


**Міністерство освіти і науки України**  
**Державний заклад**  
**«Луганський національний університет імені Тараса Шевченка»**


**Навчально-науковий інститут фізики, математики**  
**та інформаційних технологій**  
**Кафедра алгебри та системного аналізу**

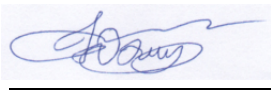
**Кравець Юлія Іванівна**

**ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НА**  
**УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ**

**кваліфікаційна робота**  
**здобувача вищої освіти другого (магістерського) рівня**  
**освітньої програми «Математика»**  
**за спеціальністю 014 «Середня освіта (Математика)»**

Особистий підпис  Юлія КРАВЕЦЬ

Науковий керівник  Юлія ЖУЧОК, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри та системного аналізу

Завідувач кафедри  Юрій ЖУЧОК, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри алгебри та системного аналізу

**Полтава – 2023**

## ЗМІСТ

ВСТУП.....	3
РОЗДІЛ 1 ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ .....	6
1.1. Поняття «компетенція», «компетентність» .....	6
1.2. Освітня компетенція, компетентність .....	10
1.3. Компоненти математичної компетентності.....	14
Висновки до розділу 1.....	21
РОЗДІЛ 2 КОМПЕТЕНТНІСНИЙ ПІДХІД ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ.....	23
2.1. Вимоги оновленої програми для 5-9 класів щодо формування математичних компетентностей .....	23
2.2. Формування універсальних навчальних дій з математики в умовах компетентнісного підходу до навчання.....	27
2.3. Індивідуалізація та диференціація навчання як умова формування базових компетентностей учнів на уроках математики .....	31
Висновки до розділу 2.....	39
РОЗДІЛ 3 МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ .....	41
3.1. Задачі для формування ключових компетентностей .....	41
3.2. Фрагменти розробок уроків та позакласних заходів для 5-6 класів .....	51
Висновки до розділу 3.....	63
ВИСНОВКИ .....	64
СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ .....	66

## ВСТУП

Високий рівень математичної компетентності є показником якості освіти на міжнародному рівні та конкурентоспроможності країни в галузі фундаментальних наук і новітніх технологій. Важлива роль математики в житті сучасної людини визначається необхідністю використання обчислень і складання алгоритмів в процесі вирішення більшості життєвих завдань. У зв'язку з цим формування математичної компетентності необхідно здійснювати на кожному етапі навчання дитини в школі.

Обов'язкова державна підсумкова атестація у формі зовнішнього іспиту з математики спонукає, крім усього іншого, забезпечити якісне вивчення математики в школі, спрямована на формування у здобувачів освіти математичної компетентності. На це орієнтована Концепція «Нової української школи», яка окреслює ключові компетентності, визначені «Рекомендаціями Європейського Парламенту та Ради Європи щодо формування ключових компетентностей освіти протягом усього життя», серед яких і математична, яка передбачає виявлення простих математичних залежностей у навколишньому світі, моделювання процесів і ситуацій за допомогою математичних зв'язків і вимірювань, усвідомлення ролі математичних знань і умінь в особистому і соціальному житті людини, а також формування вміння лаконічно і ясно формулювати думку, сперечатися, доводити правильність висловлювань [21].

Питання формування математичних компетентностей здобувачів освіти на уроках математики у середній школі активно досліджується різними науковцями. Так, у творах Є. Краснякова, М. Богдановича, Л. Черкаської, Т. Зайцевої, Л. Коваль, О. Корчевської, В. Кушнір, І. Осадчого, С. Ракова, І. Романишин, Н. Будної, Р. Романишин, С. Скворцової, В. Швеця, Я. Король та інших дослідників розглядаються особливості викладання математики в середній школі, питання ефективності активізації учнів на уроках

математики, прикладна спрямованість шкільного курсу математики, формування і розвиток логіко-математичних здібностей.

Тобто тематика магістерського дослідження «Формування математичних компетентностей учнів на уроках математики в 5-6 класах» є актуальною для дослідження.

**Мета роботи** полягає у теоретичному обґрунтуванні та охарактеризуванні процесу формування математичних компетентностей здобувачів середньої школи.

**Об'єкт дослідження** – формування математичних компетентностей учнів у закладах загальної середньої освіти.

**Предмет дослідження** – засоби та методи формування математичних компетентностей учнів 5-6 класів.

Із об'єкта та предмета дослідження, а також мети роботи формуємо **завдання роботи:**

- провести аналіз нормативних, науково-методичних, психолого-педагогічних джерел з теми дослідження;
- провести теоретичний аналіз понять «компетенція», «компетентність»;
- розглянути підходи до визначення математичної компетентності та її компонентів;
- дослідити вимоги до програми 5-9 класів щодо формування математичних компетентностей;
- визначити універсальні навчальні дії з математики;
- розглянути індивідуалізацію та диференціацію навчання з точки зору формування базових математичних компетентностей;
- запропонувати задачі для формування математичних компетентностей і представити фрагменти уроків та позакласних заходів для 5-6 класів.

Практичне значення одержаних результатів полягає у: розробці завдань, які можливо використовувати при формуванні базових математичних

компетенцій; у розробці уроків та позакласних заходів, які можливо використовувати для розвитку математичних компетентностей здобувачів освіти 5-6 класів. Теоретичний матеріал магістерського дослідження може бути використаний науковцями, які займаються вивченням формування математичної компетентності у школі.

## РОЗДІЛ 1

### ТЕОРЕТИЧНІ ОСНОВИ КОМПЕТЕНТНІСНОГО ПІДХОДУ

#### 1.1. Поняття «компетенція», «компетентність»

Револьюційні зміни в характері освіти наприкінці XX – початку XXI століття полягають у її змісті, цілях та спрямованості, дедалі чіткіше орієнтуючи її на вільний розвиток особистості, творчу ініціативу, самостійність учнів, конкурентоспроможність і мобільність студентів, майбутніх спеціалістів, що вміють системно мислити, аналізувати, порівнювати, практично вирішувати поставлені перед ними життєві та професійні проблеми. Враховуючі вище вказане, ми можемо вказати, що все більшої актуальності набуває компетентнісний підхід в навчанні. Перспективним напрямком у науці та практиці освіти є формування ключових компетентностей людини. В даний час у вітчизняній і зарубіжній педагогіці накопичено багатий матеріал, який визначає структурний зміст і функціональне навантаження категорій «компетенція», «компетентність» і «математична компетентність» [11, 22].

На компетентнісний підхід до формування змісту освіти вказано в Державному стандарті базової середньої освіти, який було впроваджено Постановою Кабінету Міністрів України № 898 від 30.09.2020 року [17].

Ретельне вивчення психолого-педагогічних джерел з проблеми компетентнісного підходу показує, що єдиного його трактування не існує, як і загальноприйнятого визначення поняття «компетентність». Також нам потрібно зазначити той факт, що в педагогічних дослідженнях поняття «професійна компетентність», «професійно-педагогічна компетентність» і «педагогічна компетентність» часто вживаються як синонімічні дефініції. Останнім часом у наукових джерелах інформації поряд із гуманізмом, демократизмом, духовною культурою, комунікабельністю, організаторським талантом чільне місце посідає компетентність як одна з основних якостей особистості як вчителя, так і учня.

Науковці під *компетентнісним підходом* розуміють направленість процесу навчання на формування та піднесення ключових (базових, позапрофільних) і предметних компетентностей індивіда. Компетентнісний підхід може стати особливо продуктивним для розробки сучасних технологічних освітніх систем для учнів. Суть цього підходу полягає в пріоритеті позапредметних, особистісно значущих знань і вмінь над предметними.

Автори тлумачних словників визначають компетентність як обізнаність, ерудованість, авторитетність. Усі дослідники, які досліджували природу компетентності, звертають увагу на її багатоаспектність, різноманітність і системність. На думку англійського психолога Джона Рейвена, *компетентність* – це специфічна здатність, необхідна для ефективного виконання певної дії в конкретній предметній області, яка включає вузькоспеціалізовані знання, особливий вид предметних навичок, спосіб мислення, а також розуміння, відповідальність за свої дії [3].

Науковець А. Бермус мислить, що *«компетентність* – це системна єдність, яка інтегрує особистісні, предметні та інструментальні характеристики та компоненти». У свою чергу Ю. Татур зазначає, що компетентність виступає як якість, характеристика особистості, що дозволяє їй вирішувати, судити в певній сфері. Основою цієї якості є знання, усвідомлення та досвід соціально-професійної діяльності людини [7]. Таким чином, підкреслюється сумарний (інтегративний) характер поняття, що ми вивчаємо в цьому розділі.

На думку дослідника М. Чошанова, *«компетентність* – це не лише володіння знаннями, а постійні зусилля щодо їх оновлення та використання в конкретних умовах, тобто набуття оперативних і мобільних знань; це гнучкість і критичність мислення, яке здатне обирати найбільш оптимальні та ефективні рішення та відкидати неправильні». Поняття *«компетентність»* ширше поняття *«кваліфікація»*. Маються на увазі не тільки професійні знання, уміння та досвід роботи за даною спеціальністю, а й ставлення до

справи, певні (позитивні) нахили, інтереси та прагнення, а також уміння ефективно використовувати знання та вміння, особистісні якості для забезпечення необхідного результату конкретного робочого місця в цій ситуації. «Компетентність – це володіння особою відповідною компетентністю в певній сфері діяльності, що включає її особисте ставлення до галузі або до предмета діяльності» [3].

Але ми будемо використовувати визначення із поточного законодавства України: «*компетентність* – динамічна комбінація знань, умінь, навичок, способів мислення, поглядів, цінностей, інших особистих якостей, що визначає здатність особи успішно соціалізуватися, провадити професійну та/або подальшу навчальну діяльність» [19].

Термін «компетенція» традиційно використовується у значенні «коло повноважень», тоді як «компетентність» пов'язана з обізнаністю, авторитетом, кваліфікацією. Тому доречно використати термін «компетентність» у педагогічному значенні.

Розглянемо основні компоненти компетентності:

1. Знання, але не просто інформаційні, а швидко мінливі, динамічні, різноманітні, які треба вміти знаходити, відсівати непотрібне, переводити до досвіду власної діяльності.
2. Вміння використовувати ці знання у конкретній ситуації; розуміння того, як отримати це знання, навіщо знання, який метод потрібний.
3. Адекватна оцінка себе, світу, свого місця у світі, конкретних знань, їх потреби чи надмірності для діяльності, а також способу їх придбання чи використання.

Графічно основні компоненти компетентності представимо на рис. 1.1



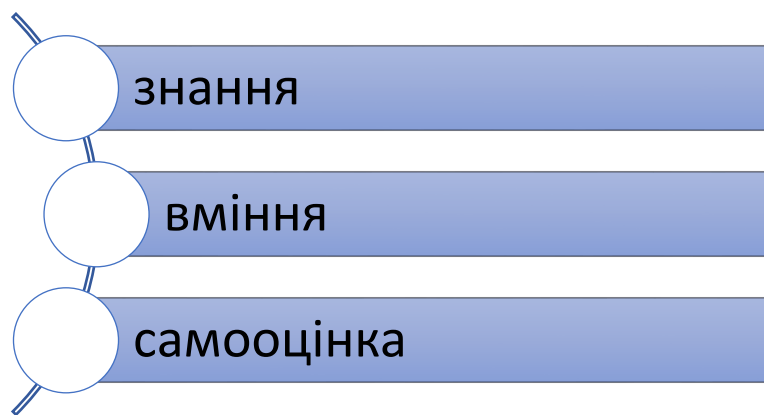


Рис. 1.1 Основні компоненти компетентності

Стисло розглянемо ієрархію компетентностей. В основі її виділяють *ключові компетентності* (відносяться до загального змісту діяльності людини); далі йдуть *міжпредметні (тематичні) компетентності* (мають певний опис і можуть бути налаштовані в контексті декількох навчальних предметів). Завершують ієрархію *предметні компетентності* (мають відношення до певного навчального компонента і використовуються переважно в ньому).

Представимо трьохрівневу ієрархію компетентностей на рис. 1.2.

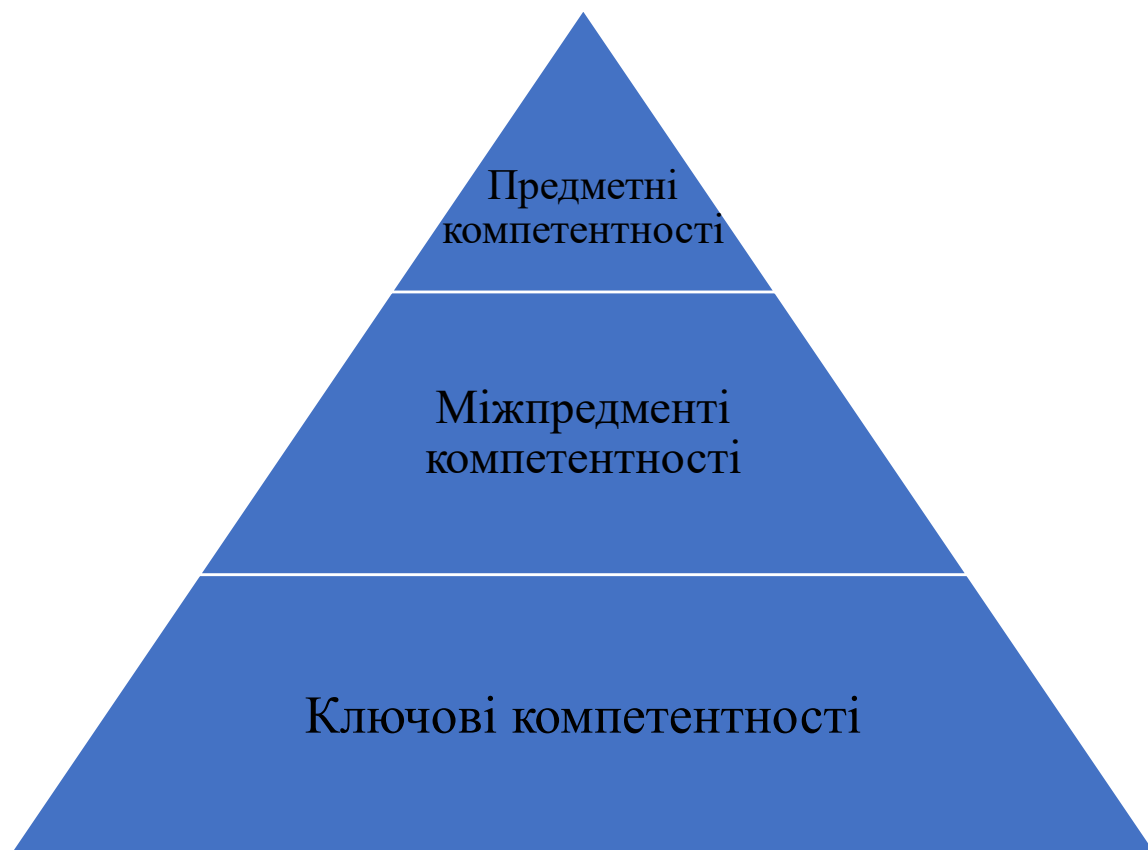


Рис. 1.2 Трьохрівнева ієрархія компетентностей

## 1.2. Освітня компетенція, компетентність

*Освітня компетенція* – вимога до освітньої підготовки, виражена як сукупність взаємопов'язаних змістових орієнтацій, знань, умінь, навичок і досвіду діяльності учня щодо певної сукупності об'єктів дійсності, необхідних для здійснення особистісної та суспільно значущої виробничої діяльності.

*Компетенції для здобувачів освіти* – це образ їх майбутнього, орієнтир у навчальній діяльності. Але під час навчання в них формуються певні компоненти цих «дорослих» компетентностей, і щоб підготуватися не лише до майбутнього, а й жити сьогоденням, здобувачі освіти опановують набір компетентностей з позиції освітньої (поточної для них) діяльності. Тобто не стратегічно, а тактично. Освітні компетентності стосуються не всіх видів діяльності, до яких залучена людина, наприклад, дорослий спеціаліст, а лише тих, що входять до загальноосвітніх галузей та навчальних предметів. Такі компетентності відображають предметно-діяльнісний компонент загальної освіти і покликані забезпечити загальне досягнення її цілей [11].

Освітні компетенції не вичерпуються тільки знаннями, уміннями, навичками, їм ще притаманна здатність ефективно застосовувати відомості й вміння в реальних життєвих ситуаціях. Важливо також звернути увагу, що вони (освітні компетенції) з'єднані із соціально важливими й професійно значимими якостями здобувача освіти.

З погляду А. Хуторського, «освітня компетенція – це сукупність взаємозалежних значеннєвих орієнтацій, знань, умінь, навичок і досвіду діяльності учня, необхідних, щоб здійснювати особистісну й соціально значиму продуктивну діяльність стосовно об'єктів реальної дійсності» [24].

Серед ключових освітніх компетентностей виділяють наступні: ціннісно-сміслові (ціннісні орієнтації, що складають ядро світогляду); загально-культурні; навчально-пізнавальні (компетенції в сфері самостійної пізнавальної діяльності); науково-інформаційні; комунікативні; соціально-трудова; компетентність саморегуляції і рефлексії.

Ядром поняття «компетентність», як уже говорилося вище, є здатність (готовність) практично застосовувати знання і вміння.

Якщо дивитися із психологічної точки зору така готовність включає наступні складові:

- мотиваційна (спрямованість до досягнень, спрямованість на здобуття соціально значимих якостей);
- волюва (самоконтроль, саморегуляція);
- емоційна (впевненість в собі, задоволеність досягнутими результатами);
- інтелектуальна (розумова працездатність);
- операціональна (оволодіння методами і способами діяльності).

Можливо побачити, що компетентнісний підхід базується на двох поняттях, які ми розглядали у підрозділі 1.1: компетенція й компетентність.

Перше з них «включає в себе сукупність взаємозалежних якостей людини, які задаються по відношенню до певного кола об'єктів і процесів», а наступне співвідноситься з «володінням особою відповідною компетенцією, яка включає в себе його особисте ставлення до неї і суб'єкта діяльності».

Поняття «освітня компетентність» функціонує і в тому ж контексті, під нею розуміється сукупність змістовних орієнтацій, знань, умінь, навичок і досвіду діяльності учня по відношенню до певного кола об'єктів реальної дійсності, необхідних для здійснення особистісної і соціально значущої продуктивної діяльності [9]. У зв'язку з цим освітні компетентності диференціюються науковцями на тих же рівнях, що і зміст освіти.

Компетентнісний підхід – це пріоритетна орієнтація на основні завдання освіти: навченість, самодетермінація, самоактуалізація, соціалізація й розвиток індивідуальності.

Компетентності, на відміну від метафізичних знань, мають практико-орієнтований характер, тобто вони ближче до позитивізму. Тому, крім системи теоретичних і прикладних знань, до них відносять також пізнавальну і оперативно-технологічну складові. Важливо зазначити, що з точки зору

більшості авторів компетентності – це сукупність (система) знань у дії. Придбання, перетворення і використання знань передбачає активну пізнавальну діяльність, а тому в структуру компетентності входять також емоційний, вольовий і мотиваційний компоненти. Але основною складовою компетенцій є оперативні, процесуальні знання.

Визначення компетентності як одиниці соціалізації (процес присвоєння, засвоєння людиною соціальних норм і ціннісних орієнтацій) дозволяє передбачити більш гнучку соціальну поведінку індивіда, комфорт його перебування в суспільстві, ефективність (для себе і для суспільства) виконання ним певних соціальних ролей, успішне функціонування в суспільстві [24].

Індивід засвоює і приймає соціальні норми і ціннісні орієнтації (соціальні орієнтації). Завдяки останньому він здатний відтворювати вивчені способи діяльності в нестандартній ситуації, підлаштовуючи під них раніше вивчені алгоритми. Компетентність трактується як соціокультурний навик, вміння інтегруватися в ситуацію, читати наукові тексти.

Вище зазначені трактування поняття «компетентність» включають два аспекти: когнітивний (пізнавальний) й операціональний (знання виникають із дії), які нерозривно зв'язані між собою. Компетентність в даному випадку поєднує в собі знання і вміння їх реалізовувати. У першому випадку знання виступає в якості атрибуції, як засвоєна норма. У другому ця норма реалізується і включається в контекст особистості.

Спробуємо відрізнити просто «компетенції» від «освітніх компетенцій». Компетенції для набувача – це образ його майбутнього, орієнтир для освоєння. У період навчання у нього формуються певні компоненти таких «дорослих» компетенцій, і щоб він не тільки готувався до майбутнього, а й жив сьогоденням, освоював їх з освітньої точки зору.

Освітні компетентності належать не до всіх видів діяльності, в яких бере участь людина, наприклад, дорослого фахівця, а тільки до тих, які входять і до складу загальноосвітніх областей і освітніх предметів. Такі

компетентності відображають предметно-діяльнісну складову загальної освіти і покликані забезпечити всебічне досягнення її цілей. Наприклад, здобувач освіти освоює компетенцію громадянина, але використовує її вже після закінчення процесу навчання, тому під час навчання ця компетентність постає як освітня.

Компетентність – оцінна динамічна категорія, яка характеризує людину як суб'єкта діяльності, з точки зору здатності плідно виконувати свої повноваження у різноманітних професійних сферах; вона виражається через знання, розуміння, навички, цінності та інші особисті якості [23].

Як зазначає О. Мартинчук [10], «Компетенція – новий концептуальний орієнтир, наперед задані вимоги до підготовки фахівця, що впливає на формування змісту освіти, її методів, критеріїв, вибір діагностичних процедур».

Щоб забезпечити співвідносність компетенції з традиційними освітніми параметрами, розглянемо структурні компоненти, які характеризують зміст поняття «освітня компетенція»:

- назва компетенції;
- вид компетенції в їх загальній ієрархії (це може бути ключова, загальнопредметна, спецпредметна);
- множина реальних об'єктів дійсності, по відношенню до яких розглядається компетенція;
- соціально-практична значущість (навіщо це потрібно суспільству);
- змістовні орієнтації здобувача освіти по відношенню до об'єктів, особова значущість компетенції (в чому і навіщо учню необхідно бути компетентним);
- знання про множину реальних об'єктів;
- уміння і навички, що відносяться до цієї множини реальних об'єктів;

- мінімально потрібний досвід діяльності здобувача освіти в сфері компетенції (по рівнях навчання);
- індикатори – приклади, зразки навчальних і контрольно-оцінних завдань для визначення міри (рівня) компетентності учня (за ступенями навчання) [24].

### 1.3. Компоненти математичної компетентності

Наразі у законодавстві України визначення поняття математичної компетентності представлено у Постанові Кабінету Міністрів України «Про затвердження Державного стандарту початкової загальної освіти» від 20.04.2011 №462: «предметна математична компетентність – це особистісне утворення, що характеризує здатність учня (учениці) створювати математичні моделі процесів навколишнього світу, застосовувати досвід математичної діяльності під час розв’язування навчально-пізнавальних і практично зорієнтованих задач» (п. 12 Загальні положення) [18].

Поняття «математична компетентність» на нинішній фазі розвитку науки педагогіка визначається і як ключова, і як предметна. Так, європейська система рекомендує, щоб математична компетентність розглядалася нарівні з базовими компетенціями в галузі науки і техніки як ключова [6].

У рекомендації 2006/962/ЄС [21] «Ключові компетентності для навчання впродовж життя» можливо знайти наступне визначення: «Математична компетентність – це здатність застосовувати додавання, віднімання, множення, ділення та пропорції в усних та письмових обчисленнях у повсякденних ситуаціях... Математична компетентність включає – різною мірою – здатність та бажання використовувати математичні способи мислення (логічне та просторове) та викладу (формули, моделі, конструкції, графіки, діаграми)».

Деньга Н. М. у [5] провела дослідження щодо різних підходів до визначення математичної компетентності. Так, наприклад, І. М. Зінченко визначає її як якість людини, яка є синтезом математичної грамотності та

діяльності. І. М. Зінченко виділяє структурні компоненти, які представлено на рис. 1.3



Рис. 1.3. Структурні компоненти математичної компетентності з точки зору І. М. Зінченко

А на думку Л. Кудрявцева, математична компетентність – це інтегративна якість особистості, яка має фундамент на сукупності основних математичних знань, математичних умінь і навичок, які сигналізують здатність здобувача освіти розв’язувати математичні завдання.

При цьому О. Петров наполягає, що математична компетентність – це холістичне творіння людини, яке відображає готовність до пізнання математичних теорій та здатність прикладного використання математики для вирішення різноманітних задач із реального життя.

Дещо схожі думки висловів С. Раков, який також загострює увагу на прикладній направленості математики, а також на математичному моделюванні.

У свою чергу Н. Ходирєва мислить математичну компетентність, як системну властивість, що характеризує значний рівень знань та здатність досягти результатів у математиці.

В той же час Г. Селевко, зводить усе лише до уміння працювати із числовою інформацією, а О. Овчарук – до математичної логіки.

Як ми бачимо, підходів до визначення поняття математичної компетентності існує велика кількість. Це показує багатогранність цього поняття, і на основі проведеного аналізу можна зробити наступні висновки.

Математична компетентність є однією з головних суперкомпетентностей, оволодіння якою дозволяє вирішувати різні проблеми в повсякденному, професійному, соціальному та особистому житті. Математика є необхідним підґрунтям усіх творчих професій, вона дає можливість людині орієнтуватися в навколишньому світі. *Математична компетенція* – це здатність знаходити патерни в даних (ситуаціях), знаходити математичні (бінарні) відношення, створювати математичну модель кейса, аналізувати цю модель та перетворювати за допомогою математичних процедур, і головне інтерпретувати результати, що отримані у ході оцінки. Сукупність компетенцій, наявність знань та досвіду, необхідних для ефективної діяльності в певній предметній галузі, називають компетентністю. Математична компетентність – вміння бачити і застосовувати математику в реальному житті, розуміти зміст і метод математичного моделювання, вміння будувати математичну модель, досліджувати її за допомогою математичних методів, інтерпретувати отримані результати, розраховувати помилки обчислень [7, 9].

Сукупність компетентностей, наявність знань і досвіду, необхідних для ефективної діяльності в певній предметній галузі, називається компетентністю.

Різні дослідники мають несхожі погляди на структурні компоненти математичної компетентності.

Так, дослідник М. Головань виділяє 5 структурних інгредієнтів математичної компетентності [4] (див. рис. 1.4).



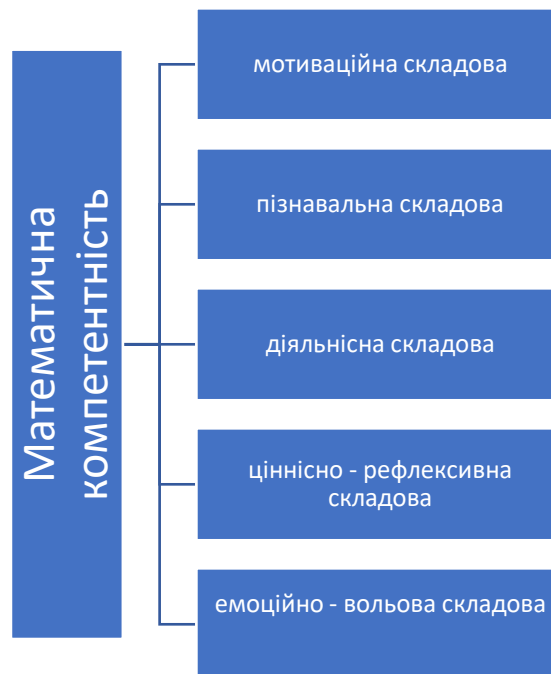


Рис. 1.4 Структурні компоненти математичної компетентності по М. Головань

Зупинимось більш детально на кожному з компонентів

*Мотиваційна складова* – це система потреб, цілей, мотивів і прагнень для вивчення математичних освітніх компонент, вдосконалення знань, умінь і досвіду практичної діяльності, що пов’язана із математикою.

*Пізнавальна складова* – це сукупність теоретичних і практичних математичних знань, що відображає систему сучасної математики.

*Діяльнісна складова* – це сукупність математичних умінь (аналітичних, обчислювальних, алгоритмічних, функціональних, геометричних, імовірнісних тощо); вміння розв’язувати типові практичні задачі математичними методами [4].

*Ціннісно-рефлексивна складова* – сукупність особистісно значущих і ціннісних прагнень, ідеалів, переконань, поглядів, стосунків у сфері математичних дисциплін, розуміння ролі математичної компетентності, вміння визначати резерви власного розвитку за допомогою математичних дисциплін. Прагнення до самореалізації, саморозвитку, постійної роботи над собою в галузі математики; самоаналіз та самооцінка своєї математичної діяльності.

*Емоційно-вольова складова* – здатність усвідомлювати власний емоційний стан у процесі математичної діяльності; уміння адекватно переживати невдачі в процесі розв’язування математичних задач; прояв вольових зусиль і наполегливості в процесі розв’язування математичних задач; цілеспрямованість у роботі, почуття власної гідності, трудова етика.

Складовими математичної компетентності також можна вважати обчислювальну, інформаційно-графічну, логічну, геометричну.

*Обчислювальна складова* – готовність учня застосовувати обчислювальні навички та вміння у практичних ситуаціях, а саме:

- Уміння визначати, яке із чисел більше, менше;
- Виконувати операції додавання, віднімання, множення та ділення з числами;
- Порівнювати значення відомих величин і виконувати дії з ними.

*Інформаційно-графічна складова* – утворює готовність застосовувати вміння та навички, способи діяльності, пов’язані з графічною інформацією:

- Читати і записувати числа;
- Подавати величини в різних одиницях виміру;
- Користуватися годинником і календарем як інструментом виміру часу;
- Читати і записувати вирази зі змінними, знаходити їх значення;
- Знаходити, аналізувати, порівнювати інформацію, подану в схемах, таблицях, діаграмах.

*Логічна складова* – забезпечується здатністю учнів виконувати логічні операції в процесі:

- Розв’язання сюжетних задач;
- Розв’язання рівнянь;
- Розрізнення істинних та хибних тверджень;
- Розгадування ребусів, головоломок;
- Робота з множинами.

*Геометрична складова* – виявляється у володінні просторовою уявою, просторовими відношеннями:

- Визначати місцезнаходження об'єкта на площині та в просторі;
- Визначати довжини об'єктів, площу та периметр геометричної фігури;
- Конструювати геометричні фігури, розбивати її на частини;
- Зображувати геометричні фігури, будувати прямокутники, кола, тощо [14].

Дослідник С. Скворцова бачить лише три компонента (дивись рис. 1.5).

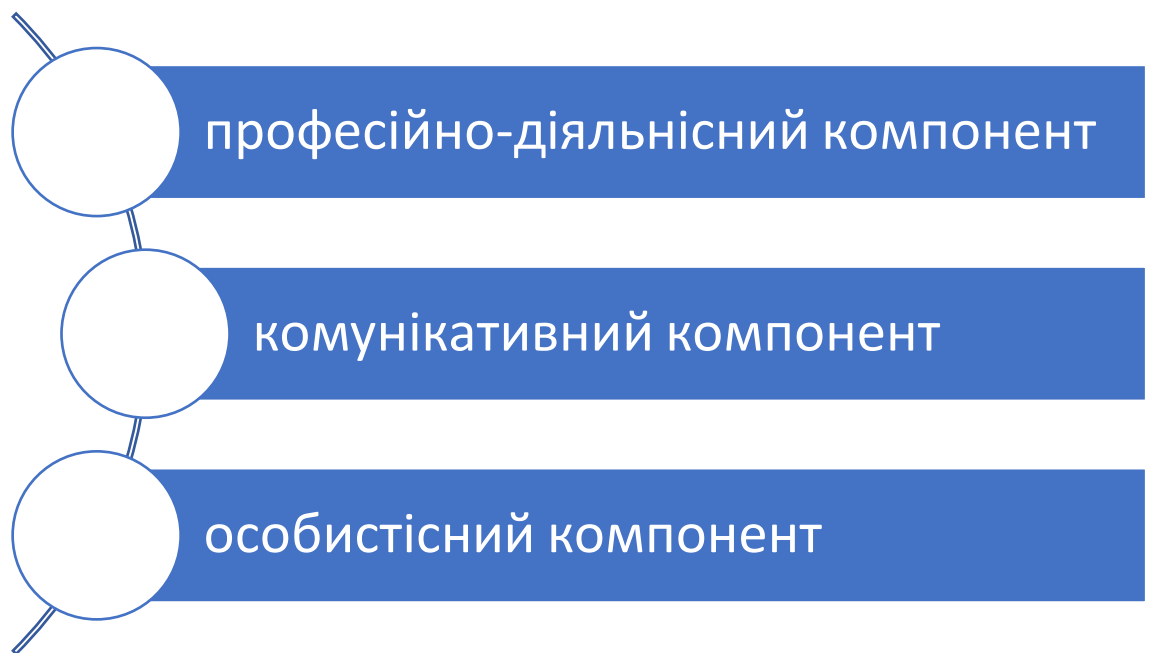


Рис. 1.5 Структурні компоненти математичної компетенції по С. Скворцовій

Перший із них пов'язаний із наявністю чіткої системи математичних уявлень і здатністю їх використання при розв'язанні прикладних задач; другий компонент – уміння користуватись різними засобами комунікації для передачі математичної інформації; а останній компонент – це про використання інноваційних математичних методів у професійній діяльності.

Оволодіння здобувачами освіти вище зазначеними компонентами компетенції у системі забезпечує формування в учнів предметної математичної компетентності як цілісного особистісного утворення.

Розрізняються три рівні математичної компетентності (див. рис 1.6).

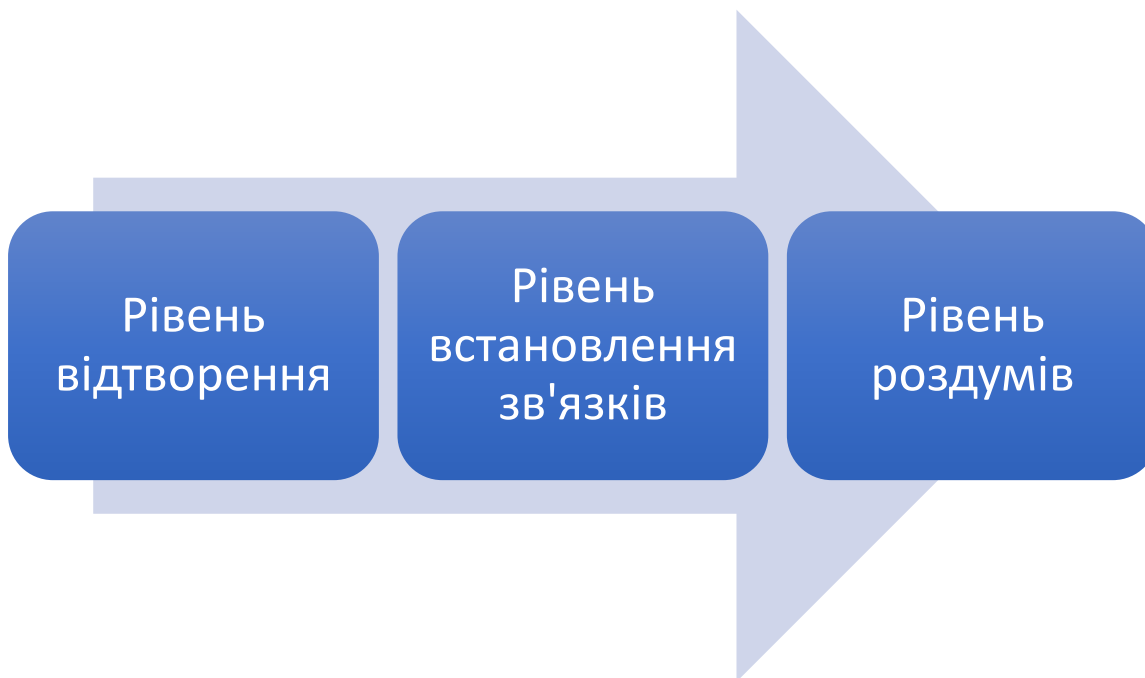


Рисунок 1.6 Три рівні математичної компетенції

Зупинимось більш детально на кожному з них.

*Рівень відтворення.* Безпосереднє використання в звичній ситуації відомих фактів, стандартних методів, розпізнавання математичних об'єктів і властивостей, виконання стандартних процедур, використання відомих алгоритмів і технічних навичок, робота зі стандартними, знайомими виразами і формулами, безпосереднє виконання обчислень.

*Рівень встановлення зв'язків.* В її основі лежить репродуктивна діяльність вирішення завдань, які не є типовими, але все ж знайомі учням або виходять за рамки того, що відомо лише в невеликій мірі. Зміст завдання передбачає, який розділ математики і які відомі методи слід використовувати. Як завжди, такі проблеми вимагають більшої інтерпретації рішення, припущень для встановлення зв'язку між різними уявленнями про ситуацію, описану в задачі, або встановлення зв'язку між даними в умові задачі.

*Рівень роздумів.* Цей рівень вимагає певної інтуїції, розсудливості і креативності при підборі математичних засобів, інтеграції знань з різних розділів курсу математики, самостійної розробки алгоритму дій. Завдання, як правило, містять більше даних; від учня часто вимагають знайти

закономірності, зробити узагальнення і пояснити або обґрунтувати отримані результати [9].

## **Висновки до розділу 1**

На початку цього розділу розглянуто поняття «компетенція» та «компетентність» та пов'язаний із ними компетентністний підхід. В рамках магістерської роботи із врахуванням особливостей даного дослідження найбільш доречними є наступні тлумачення даних понять, а саме: «Компетенція – це особиста здатність спеціаліста вирішувати певний клас професійних задач» [23].

Що стосується другого поняття, то в ході аналізу літератури найбільш придатне для цілей дослідження є наступне: «компетентність – динамічна комбінація знань, умінь, навичок, способів мислення, поглядів, цінностей, інших особистих якостей, що визначає здатність особи успішно соціалізуватися, провадити професійну та/або подальшу навчальну діяльність» [19].

Далі більш докладно розглянуті саме освітня компетенція, освітня компетентність.

Останній підрозділ сконцентовано насамперед на математичній компетентності, яку багато дослідників називають суперкомпетентністю, яка дуже важлива для життя сучасної людини в інформаційному суспільстві.

Розглянуто підходи Л. Кудрявцева, О. Петрова, С. Ракова, Н. Ходирєвої, Г. Селевко та інших науковців до визначення математичної компетентності. Підсумовуючи їх міркування, можливо зазначити, що математична компетентність – одна з основних надкомпетенцій, оволодіння якою дозволяє знаходити розв'язання різних завдань в повсякденному, професійному, соціальному та особистому житті. Математика є необхідним базисом для всіх творчих професій, вона дає перспективу людині орієнтуватися в навколишньому інформаційному світі.

У цьому розділі розглянуто також підходи до структури математичної компетентності, в якій виділяють 5 головних складових: мотиваційна, пізнавальна, діяльнісна, ціннісно-рефлексивна, емоційно-вольова, а також додаткові: обчислювальна, інформаційно-графічна, логічна, геометрична.

## РОЗДІЛ 2

### КОМПЕТЕНТІСНИЙ ПІДХІД ПРИ ВИВЧЕННІ МАТЕМАТИКИ

#### **2.1. Вимоги оновленої програми для 5-9 класів щодо формування математичних компетентностей**

Курс математики в основній школі логічно продовжує виконання завдань математичної освіти учнів, розпочату з початкових класів, розширюючись і доповнюючи ці завдання відповідно до віку та когнітивних здібностей учнів. Як основу для побудови змісту та організації навчального процесу математики прийнято компетентнісний підхід, згідно з яким остаточним результатом вивчення предмета є формування певних компетентностей, таких як здатність учня застосовувати знання в академічних та життєвих ситуаціях, повноправно брати участь у житті суспільства, нести відповідальність за дії.

В наш час люди живуть і працюють у світі, що постійно змінюється. Щоб учень зміг стати активним учасником створення нових та прогресивних змін в майбутньому, виховання та навчання мають бути спрямовані на формування творчої особистості, що здатна до самовдосконалення.

Завдання вчителя полягає не в тому, щоб повідомити істину, а в тому, щоб навчити її відкривати. Дитина спочатку повинна зацікавитися, навчитися хотіти та прагнути, а вже потім – знати і вміти. Процес навчання – це своєрідний самостійний процес «відкриття» учнем знань, що вже відомі в науці [2].

Головним меседжем обговорення оновленої навчальної програми з математики стала надмірна завантаженість курсу. Оскільки додаткова кількість годин, яку просила більшість дописувачів, не входила до повноважень робочої групи, було прийнято рішення максимально розвантажити наявний матеріал у межах чинного стандарту. Було знято

деякий матеріал, який не використовується ні для логічного освоєння курсу, ні при вирішенні завдань і не має прикладного значення, звужені межі застосування тих чи інших математичних фактів, зменшений обсяг громіздких обчислень і перетворень. При цьому програма не включала новий зміст освіти.

Розвантаження також відбувалося шляхом уточнення та корекції очікуваних результатів навчально-пізнавальної діяльності учнів з метою спрощення деяких з них, уникнення їх надмірної деталізації.

Аналізувалися міжпредметні зв'язки, по можливості переставлявся математичний матеріал для кращого його використання в інших предметах. Зокрема, в рамках теми «Раціональні вирази» (8 клас) була переставлена стандартна форма числа, що використовується в хімії [12].

Робоча група намагалася сформулювати навчальний план таким чином, щоб посилити практичну спрямованість курсу математики. За можливістю, більшість завдань, пропонованих учням для вирішення, мають практичне значення. Для зручності вчителя у кінці кожного року навчання формулюється певний перелік практичних завдань, які можна виконувати на уроках. Їх вирішення сприятиме реалізації наскрізних ліній ключових компетенцій.

Структура програми також зазнала змін. Істотною зміною є порядок стовпців змістової частини. Пріоритетними є очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності учнів, а не зміст навчального матеріалу, необхідного для їх досягнення, щоб підкреслити, що знання самі по собі не є головною метою навчання. Очікувані результати навчання структуровано пізнавальними, діяльнісними та ціннісними компонентами компетентностей та їх складових.

Зміни також стосуються кількості годин, що виділено на одну тему. Тема повторення була знята з усіх класів. Також орієнтовна приблизна кількість годин на тему була замінена на мінімальну. Завдяки цьому створюється резерв із значної кількості годин, які пропонується



використовувати на розсуд учителя: повторення матеріалу на початку та/або наприкінці року, або збільшення кількості годин на кожну з тем, зазначених у програмі.

Як зазначено в [12], «Навчання математики в основній школі передбачає формування предметної математичної компетентності, сутнісний опис якої подано у розділі «Очікувані результати навчально-пізнавальної діяльності» цієї програми. Формування зазначеної компетентності підпорядковується реалізації загальних завдань шкільної математичної освіти. До них належать:

- формування ставлення до математики як невід'ємної складової загальної культури людини, необхідної умови її повноцінного життя в сучасному суспільстві на основі ознайомлення з ідеями і методами математики як універсальної мови науки і техніки, ефективного засобу моделювання і дослідження процесів і явищ навколишнього світу;
- забезпечення оволодіння математичною мовою, розуміння ними математичної символіки, математичних формул і моделей як таких, що дають змогу описувати загальні властивості об'єктів, процесів та явищ;
- формування здатності логічно обґрунтовувати та доводити математичні твердження, застосовувати математичні методи у процесі розв'язування навчальних і практичних задач, використовувати математичні знання і вміння під час вивчення інших навчальних предметів;
- розвиток умінь працювати з підручником, опрацьовувати математичні тексти, шукати і використовувати додаткову навчальну інформацію, критично оцінювати здобуту інформацію та її джерела, виокремлювати головне, аналізувати, робити висновки, використовувати отриману інформацію в особистому житті;

- формування здатності оцінювати правильність і раціональність розв’язування математичних задач, обґрунтовувати твердження, приймати рішення в умовах неповної, надлишкової, точної та ймовірнісної інформації» [12].

Крім цих загальноосвітніх завдань, в основній школі реалізуються наступні освітні завдання, характерні для даного етапу математичного навчання:

- розширення знань про числа (від натуральних чисел до дійсних), формування культури обчислень: усних, письмових, та інструментальних;
- формування системи понять про функції, вміння використовувати функції та їх графіки для характеристики залежностей між величинами, опису процесів, явищ, тощо;
- забезпечення оволодіння учнями мовою алгебри, вміннями перетворювати алгебраїчні вирази, розв’язувати рівняння, нерівності та системи рівнянь і нерівностей, моделювати реальні ситуації за допомогою рівнянь, пояснювати отримані результати;
- забезпечення опановування мовою геометрії, розвиток просторових уявлень і уяви, вміння виконувати основні геометричні побудови за допомогою геометричних інструментів (лінійки, косинця, транспортира, циркуля, тощо);
- формування знань про геометричні фігури на площині, властивості різних геометричних фігур, а також уміння застосовувати набуті знання в навчальних і прикладних ситуаціях;
- формування поняття про найпростіші геометричні фігури в просторі та їх властивості, а також первинні навички застосування їх у навчальних і прикладних ситуаціях;
- ознайомлення з методами і способами математичних доведень, формування навичок для їх практичного використання;

- формування знань про основні геометричні величини (довжина, площа, об'єм, міра кута), про методи їх вимірювання і розрахунку для планіметричних і найпростіших стереометричних фігур, а також вміння застосовування набутих знань в навчальних і прикладних ситуаціях;
- вивчення геометричних перетворень площини та їх найпростіших властивостей, а також розробка функціональних уявлень учнів геометричного змісту [9].

## 2.2. Формування універсальних навчальних дій з математики в умовах компетентнісного підходу до навчання

*Універсальні навчальні дії* – це сукупність дій учня, які забезпечують його здатність самостійно засвоювати нові знання і навички, у тому числі і організацію цього процесу (див. рис. 2.1).



Рис. 2.1 Універсальні навчальні дії

Комунікативні навчальні дії пов'язані з комунікацією і формують соціальну компетентність, що включає в себе здатність:

- Планувати спілкування з різними соціальними категоріями: вчителями, однолітками, молодшими школярами. Планування

враховує поняття комунікативної ситуації: мети спілкування, місця, віку і соціального статусу учасників спілкування.

- Вступати в діалог з різними людьми і в різних життєвих ситуаціях, проводити його відповідно до комунікативної ситуації, вибирати правильні засоби спілкування.
- Долати конфлікти: виявляти конфліктні ситуації, правильно визначати проблему і пропонувати шляхи її вирішення.
- Усвідомлювати мету спілкування і розуміти поведінку співрозмовників.
- Висловлювати думки коректно та логічно з урахуванням комунікативної ситуації.

Дія змістоутворення, тобто встановлення здобувачами освіти зв'язку між метою навчальної діяльності та її мотивом, інакше кажучи, між результатом навчання і тим, що мотивує діяльність, заради якої вона здійснюється. Учень повинен знаходити відповіді на питання про те, «яке значення, сенс має навчання саме для мене» і вміти знайти на нього відповідь [13].

Розглянемо групи навчальних дій. *Смислові дії* – змістоутворення, що забезпечують ціннісно-сміслову орієнтацію учнів на основі умінь співвідносити свої дії з потребами, цілями, мотивами оволодіння знаннями і вміннями; постановка навчальної задачі на основі співвіднесення того, що відомо і засвоєно учнями, і того, що ще невідомо; планування – визначення послідовності проміжних завдань на основі складання плану і визначення послідовності дій; прогнозування результату.

Найкращий спосіб організації навчальної роботи школярів – спільне планування, обговорення та оцінювання самотійної роботи.

*Дія морально-етичного оцінювання* засвоюваного змісту, виходячи із соціальних та особистісних цінностей, що забезпечує особистісний моральний вибір:

- критерії виставлення оцінок;

- спонукання пізнавального інтересу та навчальної діяльності;
- подолання конфліктних ситуацій – виявлення та ідентифікація проблеми, пошук альтернативних шляхів вирішення конфлікту, прийняття рішення і його реалізація; вміти продуктивно вирішувати конфлікти на основі врахування інтересів та позицій усіх його учасників.

*Контроль* (Порівняння дії та його результату із заданим еталоном з метою виявлення відхилень та відмінностей від еталона).

Функція контролю у навчальній діяльності – це виявлення відхилень від еталонного зразка та внесення відповідних коректив у дію [2].

Розглянемо рівні розвитку контролю в таблиці 2.1.

Таблиця 2.1 Рівні розвитку контролю

	Показники сформованості	Додаткові діагностичні ознаки
Відсутність контролю	Учень не контролює навчальні дії, не помічає допущених помилок	Учень не може виявити і виправити помилку навіть за допомогою вчителя, некритично ставиться до помилок, що виправлені у своїх роботах і не помічає помилок у інших учасників навчального процесу
Контроль на рівні мимовільної уваги	Контроль має випадковий мимовільний характер, помітивши помилку, учень не може обґрунтувати своїх дій	Діючи неусвідомлено, передбачає правильний напрямок дії, зроблені помилки виправляє невпевнено, у малознайомих діях помилки припускає частіше, ніж у знайомих
Потенційний контроль на рівні довільної уваги	Учень усвідомлює правило контролю, але важко одночасно виконувати	У процесі вирішення завдання контроль утруднений, після

	навчальні дії і контролювати їх; виправляє та пояснює помилки	вирішення учень може знайти і виправити помилки, у багаторазово повторених діях помилок не допускає
Актуальний контроль на рівні довільного розуміння	При виконанні дії учень орієнтується на правило контролю та успішно використовує його в процесі вирішення завдань, майже не допускаючи помилок	Помилки виправляє самостійно, контролює процес розв'язання задачі іншими учнями, при вирішенні нового завдання не може скоригувати правило контролю за новими умовами.
Потенційний рефлексивний контроль	Вирішуючи нове завдання, учень застосовує старий неадекватний спосіб, за допомогою вчителя виявляє це та намагається внести корективи.	Завдання, відповідні засвоєним способом, виконує без наявних помилок. Але не може самостійно, без допомоги вчителя розпізнати невідповідність засвоєного способу дії зміненим, новим умовам завдання
Актуальний рефлексивний контроль	Самостійно виявляє помилки, викликані невідповідністю засвоєного способу дії та умов завдання, та вносить корективи	Контролює відповідність виконуваних дій способу при зміні умов вносить корективи в спосіб дії до початку рішення

Критеріями сформованості в учня довільного регулювання своєї поведінки та діяльності виступають такі вміння:

- вибирати кошти для організації своєї поведінки;
- пам'ятати та утримувати правило, інструкцію у часі;
- планувати, контролювати та виконувати дії за заданим зразком та правилом;
- передбачати результати своїх дій та можливі помилки;

- починати виконувати дії та закінчувати їх в потрібний тимчасовий момент;
- гальмувати реакції, що не мають відношення до мети.

*Оцінка* (усвідомлення того, що вже засвоєно і того, що ще треба засвоїти: усвідомлення якості та рівня засвоєння).

Предметом оцінювання повинні стати навчальні дії учня та їх результати, способи дії, способи навчальної співпраці (ретроспективна оцінка) і власні можливості здійснення діяльності (прогностична оцінка)

- необхідно формувати у учня установку на поліпшення результатів діяльності;
- оцінка повинна ґрунтуватися на змістовних, об'єктивних та усвідомлених критеріях, які можуть бути дані вчителем у готовому вигляді, вироблені спільно з учнями або вироблені учням самостійно;
- необхідно формувати у учнів вміння аналізувати причини невдач у виконанні діяльності і ставити завдання на освоєння тих ланок дії (способів дії), які забезпечать його правильне виконання;
- сприяти розвитку вміння учнів самостійно виробляти та застосовувати критерії та способи диференційованої оцінки в навчальній діяльності [2].

### **2.3. Індивідуалізація та диференціація навчання як умова формування базових компетентностей учнів на уроках математики**

Створення важливої складової математичної компетентності здійснюється на основі індивідуально-диференційованого підходу.

*Індивідуалізація* – це організація процесу навчання на основі врахування індивідуальних особливостей учнів.

*Диференціація* – організація процесу навчання за кількома різними навчальними планами, програмами, завданнями для окремих груп, що були

створені на основі врахування будь-яких узагальнених індивідуальних особливостей здобувачів освіти.

Види диференціації:

- рівнева;
- профільна.

В основній школі головним видом диференціації є рівнева. Диференціація рівнів виражається в тому, що навчаючись в одному класі, використовуючи одну і ту ж програму та підручник, учні можуть засвоювати матеріал на різних рівнях. У даному випадку вирішальним є рівень обов'язкової підготовки.

Індивідуальні завдання дозволяють учням:

- достатньо оволодіти навичками розв'язування типових задач з теми;
- проявити творчі здібності;
- здійснювати саморозвиток і самоосвіту;
- поліпшити оцінку з теми.

Профільна диференціація передбачає навчання різних груп здобувачів освіти за програмами, що відрізняються глибиною процесу викладання вчителем навчального матеріалу, обсягом інформації і навіть номенклатурою досліджуваних питань [15].

Формуванню життєвих компетентностей сприяє залучення школярів до:

- виконання завдань, що потребує творчих навичок, написання наукових праць, участь в інтелектуальних турнірах та олімпіадах;
- відвідування додаткових та факультативних занять;
- відпрацювання диференційованих домашніх завдань і методів випереджаючого навчання (розширення галузі знань з предмета, просування на більш високий рівень засвоєння знань по темі).

Поглиблене знання індивідуальних особливостей учня необхідно для вирішення двох взаємопов'язаних завдань:



- 1) індивідуалізація – підтримка і розвиток єдиного, особливого, своєрідного, як потенціалу індивіда;
- 2) соціалізація – адаптація людини в соціальному середовищі і самореалізація особистості в ньому.

*Індивідуалізація навчання* – це система засобів, яка допомагає учням усвідомити та реалізувати свої сильні і слабкі здібності до навчання, підтримувати і розвивати свою самобутність з метою самостійного вибору власних навчальних смислів. Індивідуалізація сприяє розвитку відповідальності, самосвідомості та самостійності.

Педагогічний супровід полягає у спільному зі здобувачем освіти визначенні його інтересів, цілей, можливостей і шляхів подолання проблем, що перешкоджають йому досягти позитивних результатів у вихованні. В основі педагогічного супроводу лежать взаємини рівності, рівноцінності, поваги і довіри між учителем і учнем [2].

Індивідуалізація навчання передбачає:

- 1) індивідуально-орієнтовану допомогу учням в усвідомленні та реалізації власних потреб, інтересів, навчальних цілей;
- 2) створення умов для вільної реалізації здібностей і можливостей, даних природою;
- 3) підтримку здобувачів освіти у їх творчій самореалізації;
- 4) підтримку учнів у рефлексії.

*Індивідуалізація навчання* – це система засобів, яка допомагає учням усвідомити та реалізувати свої сильні і слабкі здібності до навчання, підтримувати і розвивати свою самобутність з метою самостійного вибору власних навчальних смислів. Індивідуалізація сприяє розвитку відповідальності, самосвідомості та самостійності.

Диференціація розглядається як форма індивідуалізації, коли учні, схожі за певними індивідуальними характеристиками, групуються разом для роздільного навчання. У педагогічній літературі існує два терміни: «зовнішня диференціація» і «внутрішня диференціація». Під терміном «зовнішня

диференціація» мається на увазі організація навчального процесу, при якій створюються спеціальні диференційовані класи і школи для задоволення різнопланових інтересів, здібностей і схильностей учнів. Термін «внутрішня диференціація» застосовується до такої організації навчального процесу, при якій розвиток індивідуальності здійснюється в умовах роботи педагогів у звичайних класах [15].

Зовнішню диференціацію навчання зазвичай здійснюють за двома напрямками:

1) шляхом створення шкіл та класів на основі спеціальних здібностей, інтересів і професійних схильностей здобувачів (профільні та спеціалізовані навчальні заклади, класи з поглибленим вивченням окремих предметів (профілізація освіти));

2) шляхом створення шкіл і класів відповідно до певного рівня загального психічного та розумового розвитку учнів і стану здоров'я учнів (школи для обдарованих дітей і підлітків, школи для дітей з порушеннями здоров'я та особливими потребами, корекційні класи).

Диференціація починається частіш за все на старшому ступені середньої загальноосвітньої школи та у 8-9 класах спеціалізованих шкіл, ліцеїв, гімназій, коледжів, колегіумів тощо. Виділяють наступні профілі диференціації: науковий (філологічний, фізико-математичний, біологічно-технічний, біологічно-хімічний, історико-суспільствознавчий та інші); прикладний (агрохімічні, сільськогосподарські, хіміко-технічні, економічні, фізико-технічні класи та інші); художньо-естетичний (музичний, театральний, хореографічний та інші); спортивний (за різними видами спорту) [2].

Головною особливістю диференціації в цих навчальних закладах є програми. Міністерство освіти і науки України розробило та запропонувало вчителям понад 60 варіантів освітніх програм диференціації навчання.

Важливим напрямком диференціації є навчання та виховання обдарованих і талановитих дітей і підлітків. Саме вони забезпечать прогрес країни в науці, спорті, технологіях, мистецтві в найближчому майбутньому.

Поняття «обдарована дитина» в педагогіці трактується як здатність досягати найвищих результатів в інтелектуальній і художній сферах; володіння незвичайними психомоторними і особливими здібностями; високий рівень розвитку будь-яких здібностей. Вчені виділяють три основних типи обдарованості, які слід враховувати в загальноосвітній школі: академічна (високо виражена здібність до навчання); інтелектуальна (здатність мислити, аналізувати, зіставляти факти); творча (нестандартне мислення і бачення світу) [25].

Інтерес до навчання, виховання обдарованих, талановитих дітей і підлітків у світовій педагогіці постійно зростає. Існує Європейська рада з високих здібностей (European Council for High Ability – ECHA), основною метою якої є дослідження і популяризація навчання обдарованих дітей. У провідних країнах світу на рубежі 50-х і 60-х років з'явилися школи для талановитих дітей, в яких предмети викладаються за найінтенсивнішими програмами. Масштаби і принципи організації виховання обдарованих учнів різні в різних країнах.

У США виявлення та спеціальне поглиблене навчання найбільш обдарованих дітей є систематичною державною політикою. Президент країни щорічно приймає учнів, які досягли успіху в навчанні, з 10 кращих шкіл, демонструючи таким чином увагу суспільства до своїх талановитих дітей. За програмою «Меріт» щорічно відбирається близько 600 000 найрозумніших старшокласників США. Потім їх знову «фільтрують», поки не залишиться близько 35 000 обдарованих підлітків, яким надаються різні пільги для продовження освіти (стипендії, гарантії вступу до престижних коледжів та університетів). Тестові набори служать основним інструментом відбору талантів. Особливо поширені «стандартні тести», які дають можливість визначити середні показники великої групи дітей-однолітків, які навчаються.

IQ-тести допомагають встановити ступінь володіння здобувачами освіти словесним, числовим або графічним матеріалом. Результати розраховуються в балах, а потім за спеціальною формулою коефіцієнта психічно-розумового розвитку. Середні значення коефіцієнта становлять від 90 до 109 одиниць. Обдарованими вважаються ті, хто має результат тесту більше 115 одиниць [26].

До обдарованих відносяться також учні, які завдяки своїм яскраво вираженим здібностям «перестрибують» 1-2 класи. Виділяються діти з «творчою жилкою», у яких може і не бути формально високий коефіцієнт розумового розвитку, але вони мають блискучі здібності в будь-якій діяльності. Уміння мислити і діяти нестандартно стає важливим критерієм відбору талановитих дітей.

Центр досліджень обдарованих дітей діє у Великобританії. Існує асоціація «Для обдарованих дітей». Зростає кількість шкіл, де для обдарованих учнів створюються спеціальні потоки з курсами інтенсивного, розширеного і збагаченого навчання.

У Німеччині діє спеціальна консультаційна служба спеціального навчання найобдарованіших учнів, створені громадські гімназії, в яких талановиті діти можуть закінчити курс навчання за 8 років, а не за 9 років, як зазвичай.

У Франції класи для обдарованих учнів з'явилися в деяких навчальних закладах з середини 1980-х років. На початку 1990-х років в Страсбурзі була створена спеціальна школа для дітей з раннім розумовим розвитком [26].

Спеціалізоване поглиблене навчання для обдарованих дітей в Україні розпочалося у 1991 році. Закон «Про освіту» передбачає створення спеціалізованих класів (з поглибленим вивченням окремих предметів або початкової допрофесійної підготовки), спеціалізованих шкіл, гімназій, ліцеїв, колегіумів, а також різного типу навчальних закладів для розвитку здібностей та талантів. Держава надає підтримку найталановитішим дітям (стипендії, направлення на навчання та стажування до провідних вітчизняних та

зарубіжних освітніх і культурних центрів). Для дітей, що проявляють здібності до наукової творчості, створена Мала академія наук України. У 27 її територіальних відділеннях навчається близько 30 тисяч здобувачів освіти загальноосвітніх шкіл та профтехучилищ. З ними працюють науковці з більш ніж 35 закладів вищої освіти та наукових установ НАН України.

Важливим напрямком диференціації освіти є організація навчання дітей, що мають особливі освітні проблеми. Проблема відображає сумну статистику масового народження дітей з різними патологіями внаслідок спадкових захворювань, алкоголізму і наркоманії батьків.

В Україні діє система спеціальних шкіл для дітей з порушеннями здоров'я. Для частини учнів регулярні заняття проводяться за звичайними програмами. Решта дітей і підлітків навчаються за спрощеними загальноосвітніми програмами з акцентом на професійну підготовку. Запроваджується інклюзивне навчання дітей з особливими освітніми потребами, яке полягає в тому, що ці діти навчаються в звичайних загальноосвітніх класах. В таких класах передбачена наявність асистента вчителя, який допомагає особливій дитині [25].

Окремим напрямком диференціації можна вважати компенсаційне навчання, тобто додаткові педагогічні зусилля по відношенню до учнів, які відстають у навчанні і мають слабку підготовку, педагогічну занедбаність.

Під час проведення уроків здійснюється внутрішня диференціація. Потреба в ній тим більше, чим різноманітніше склад учнів. Викладання тут пристосовується до здібностей різних груп учнів. Загальна програма покликана підвищити рівень усіх школярів.

Групова диференціація є найбільш ефективною. У всіх типах загальноосвітніх навчальних закладів здобувачі освіти поділяються на групи. У такій групі учень може більш вільно висловлювати свої думки, активніше брати участь у вирішенні навчальних завдань відповідно до своїх інтересів і здібностей. Групи формуються вчителем виходячи з рівня розвитку дітей і

побажань самих учнів: учні охоче працюють з однокласниками, які мають схожі інтереси, стиль роботи, з якими їх пов'язують дружні відносини.

У різних країнах групова диференціація має різні варіанти втілення:

- швидкі, середні і повільні групи (США);
- за рівнем програм і освітніх завдань: просунуті (А), середні (В), низькі (В) (Німеччина);
- за шляхом вивчення окремих навчальних дисциплін, де працюють «швидкі», «середні» та «повільні» групи (Франція);
- за шляхом поділу учнів однієї паралелі на класи в залежності від здібностей (Англія);
- поділ учнів класу на групи з метою змагання (Японія) [26].

Групове навчання вважається в цілому педагогічно виправданим. Однак завжди існує небезпека звужити загальний кругозір дітей і підлітків, які працюють в групах. Таким чином, при поділі класу на сильних і слабких зазвичай виникає два варіанти: або більше уваги приділяється слабким, або менше – сильним. Обидва варіанти можуть нашкодити тій чи іншій групі учнів.

Індивідуальна самотійна робота здебільшого здійснюється за допомогою диференційованих завдань, що враховують індивідуальні особливості учня. З цією метою в школах вводиться різнорівнева індивідуалізація навчання, коли здобувачі освіти, які вивчають одну програму, мають право і можливість вивчати її на різних рівнях, але не нижче обов'язкового базового рівня. Зазвичай, в освітніх програмах виділяється три рівня складності матеріалу: базовий, середній і високий.

Індивідуальне навчання в системі загальноосвітніх закладів освіти організовується з метою створення оптимальних умов для отримання здобувачами освіти певного освітнього рівня або повної загальної середньої освіти відповідно до особистих потреб, індивідуальних здібностей, можливостей, стану здоров'я, розвитку, талантів. Як правило, таке навчання здійснюється навчальним закладом, в якому навчається (навчався) учень, або

іншим навчальним закладом, найближчим за місцем розташування до місця його проживання або лікування, визначеним місцевим органом управління освітою. Індивідуальне навчання може здійснюватися в приміщенні навчального закладу, вдома, в медичному закладі тощо. Воно проводиться за індивідуальним навчальним планом, який розробляється з урахуванням індивідуальних особливостей дітей, їх здібностей і потреб. На основі індивідуальних навчальних планів по кожному предмету розробляються індивідуальні програми, в яких визначається зміст і обсяг матеріалу, що вивчається. Учні, які швидко засвоїли програмний матеріал відповідного класу, можуть бути переведені в наступний клас за їхнім бажанням і за рішенням педагогічної ради.

## **Висновки до розділу 2**

Одна із основних вимог оновлення змісту програм із підготовки по математиці – це зацікавлення школярів, а також баланс між цілісною картиною викладання математики та розвантаженням здобувачів освіти. Насамперед потрібно прибрати матеріал, який не має прикладного значення, та не важливий для логічного освоєння курсу математики. Також зміни відбуваються у структурі викладання.

Головна візія полягає в тому, що не знання самі по собі є головною метою навчання, а математичні компетентності, математична культура людини.

У цьому розділі розглянуто універсальні навчальні дії та їх роль у формуванні математичних компетенцій, серед головних відмітимо: смислові дії, планування, контроль. Розглянуто основні рівні розвитку контролю: відсутність контролю; контроль на рівні мимовільної уваги; потенційний контроль на рівні довільної уваги; актуальний контроль на рівні довільного розуміння; потенційний рефлексивний контроль; актуальний рефлексивний контроль.

В останньому підрозділі другого розділу проаналізовано індивідуалізацію та диференціацію навчання та їх впливу на формування математичних компетентностей.



## РОЗДІЛ 3

### МЕТОДИЧНІ ОСОБЛИВОСТІ ФОРМУВАННЯ МАТЕМАТИЧНИХ КОМПЕТЕНТНОСТЕЙ УЧНІВ НА УРОКАХ МАТЕМАТИКИ В 5-6 КЛАСАХ

#### 3.1. Задачі для формування ключових компетентностей

Формування ключових і предметних компетентностей здобувачів освіти – актуальна проблема сучасної педагогічної науки та практики. Це досить складний процес, що охоплює зміст навчання, форми організації навчального процесу, методи та засоби навчання [13].

Поняття формування у педагогіці можна розглядати як цілеспрямований процес розвитку особистості або певних якостей особистості, що відбувається під впливом виховання і навчання (В. А. Сластьонін). У цьому дослідженні дотримується та точка зору, що формування математичної компетентності – це набуття в процесі навчання особистістю стійких властивостей і системних якостей, які застосовуються як здатність розв’язувати навчально-пізнавальні й життєві проблеми із впровадження досвіду діяльності, здобутого в процесі вивчення математики.

Маючи на увазі те, що реалізація компетентнісного підходу носить діяльнісно-особистісний характер (О. Я. Савченко), формування математичної компетентності в здобувачів освіти можна представити як досить гнучку модель організації навчального процесу, який зорієнтований на розвиток їхньої індивідуальності та самореалізації у діяльності. Зважаючи на це, діяльність учнів у навчанні математики можна розглядати як таку, що спрямована на оволодіння узагальненими способами навчальних дій, набуття нового досвіду у вигляді знань, умінь і навичок, розвиток здібностей, культурно-ціннісних орієнтацій особистості тощо, тобто складових предметної математичної компетентності.

Аналізуючи експериментальні матеріали з цієї проблеми, можна виділити педагогічні умови, необхідні для формування у здобувачів освіти математичної компетентності. Одна з цих умов – це розгортання змісту навчання та процесу його реалізації у відповідності до структури предметної компетентності [5].

Продемонструємо, як упорядкувати систему навчальних завдань до уроку, який побудовано на засадах компетентнісного підходу [1].

*1. Одну з найважливіших ролей у формуванні процесу навчання на засадах компетентнісного підходу відіграє мотивація діяльності учнів.*

Для цього використовуються навчальні завдання, які випереджують виклад нового матеріалу, спрощують сприйняття учасниками освітнього процесу нової інформації. У процесі їх виконання педагог спонукає дітей спрогнозувати особистісне значення нового знання чи вміння, наприклад: «Я буду знати, як ...»; «Я зрозумію, як можна ...»; «Якщо я вмітиму ..., то...»; «Мені це потрібно вміти для ...» тощо. Такий шлях до розкриття теми довший, але й значно дієвіший. Так учитель формує в учнів не тільки предметні знання та уміння, а і ключові компетентності та наскрізні уміння (м'які навички).

Наприклад, при вивченні теми «Відсотки» в п'ятому класі учням можна запропонувати згадати або промодельовати життєві ситуації, в яких застосовуються знання, отримані при вивченні цієї теми.

Таблиця 3.1 Питання при вивченні теми «Відсотки»

Питання	Варіанти відповідей на питання, після вивчення теми «Відсотки»
«Я буду знати, як ...»	Я буду знати, як розрахувати знижку на товар в магазині
«Якщо я вмітиму ..., то...»;	Якщо я вмітиму обчислювати відсотки, то зможу в майбутньому обрати банк з найвигіднішими умовами депозиту
«Я зрозумію, як можна ...»;	Я зрозумію, як можна обрахувати вміст компонентів в сумішах, або слідкувати за своїм харчуванням

	(наприклад, контролюючи вміст жиру в продуктах)
«Мені це потрібно вміти ...»	Мені це потрібно вміти, якщо я хочу в майбутньому обрати професію бухгалтера, спеціаліста зі статистики тощо

При компетентнісному навчанні урок розпочинається з проблемного питання або проблемної ситуації.

Наприклад, при вивченні теми «Основна властивість дробу» в шостому класі вчитель може запропонувати учням наступну ситуацію.

На дошці зображено чотири однакових квадрата (рис. 3.1). Перший квадрат вчитель ділить навпіл, другий – на чотири однакові частини, третій – на вісім однакових частин, четвертий – на шістнадцять однакових частин. Потім вчитель пропонує чотирьом учням вийти до дошки та зафарбувати кольоровою крейдою половину кожного квадрата, а потім записати за допомогою звичайних дробів число, яким можна виразити зафарбовану частину. Отже, учні побачать, що різні дроби виражають однакову площу, а значить, логічно припустити, що вони рівні між собою. В умовах дистанційного навчання це можна зробити за допомогою онлайн-дошок зі спільним доступом, наприклад, Jamboard.

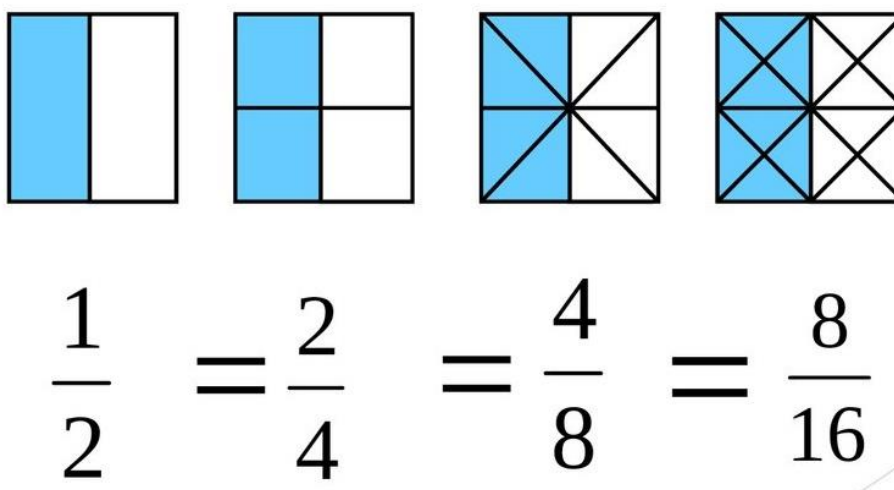


Рис. 3.1 Наочна ілюстрація основної властивості дробу

Таким чином, вчитель підготовлює учнів до формулювання основної властивості звичайних дробів «Якщо чисельник і знаменник дробу

помножити або поділити на одне й те саме натуральне число, то отримаємо дріб, рівний даному».

На цьому прикладі ми бачимо, що задіяні такі складові математичної компетентності:

- обчислювальна (уміння порівнювати числа),
- інформаційно-графічна (вміння записувати числа),
- логічна (розрізнення істинних та хибних тверджень, учні впевнюються, що дані дробы дійсно рівні),
- геометрична (поділ геометричної фігури на частини, порівняння цих частин).

*2. Навчальні завдання, якими супроводжується виклад нового матеріалу, його усвідомлене сприймання.*

Такі завдання мають містити елементарні теоретичні відомості, правила, зразки виконання, алгоритми виконання тощо.

Враховуючи обставини сьогодення, а саме особливості дистанційного навчання, вчитель повинен запланувати виклад нового матеріалу в максимально наочній та стислій формі, використовуючи презентації, відеоролики, анімаційні навчальні відео, блок-схеми, графіки, тощо. Також слід передбачити можливість доступу учнів до навчального матеріалу уроку в позаурочний час [13].

Наприклад, при вивченні теми «Масштаб» в шостому класі вчитель може запропонувати учням переглянути коротеньке відео про історію виникнення географічних карт, необхідність стандартизувати зображення на картах, що призвело до виникнення масштабів (13-14 століття). В формі презентації доцільно ознайомити з видами масштабів, сферою застосування, типовими задачами на масштаб (рис. 3.2).



Рис. 3.2 Види масштабів

Таким чином, реалізуються міжпредметні зв'язки (математика — географія — історія) та формуються такі компетентності:

- 1) математична — формування практичних умінь і навичок;
- 2) ключові — інформаційно-цифрова, соціальна та громадянська, уміння володіти державною мовою, уміння вчитися все життя.

*3. Репродуктивні (пробні) завдання складності «розуміння», які дають можливість здобувачам освіти відновити щойно отриману інформацію. Такі завдання виконуються учнями за наданим зразком.*

Вважається, що для розв'язання репродуктивних (пробних) завдань в умовах дистанційного навчання доцільно використовувати онлайн-дошки зі спільним доступом. Перебуваючи на онлайн-уроці, учні часто відчують себе спостерігачами, а не безпосередніми учасниками навчального процесу, знижується увага, а також дещо втрачається можливість вчителя корегувати (за потреби) виконання учнями вправ безпосередньо під час розв'язку. Тому бажано використовувати такі програми та застосунки, що дозволяють задіяти одночасно всіх присутніх на уроці. Наприклад, при вивченні теми «Знаходження відсотку від числа та числа за його відсотком» вчитель розміщує на дошці типові завдання на знаходження відсотка від числа, показує послідовність розрахунку, а далі учні по черзі продовжують розв'язувати приклади за зразком.

Також можна використовувати такі сервіси, як Liveworksheets. Liveworksheets — це платформа, за допомогою якої можна створювати



Тренажер із теми  
«Додавання та віднімання  
десятикових дробів».

$2,3 + 0,2 =$	<input type="text"/>	$0,08 - 0,03 =$	<input type="text"/>
$1,8 - 0,5 =$	<input type="text"/>	$0,22 + 0,04 =$	<input type="text"/>
$0,04 + 0,03 =$	<input type="text"/>	$5,7 - 3 =$	<input type="text"/>
$4 - 3,4 =$	<input type="text"/>	$0,08 + 0,1 =$	<input type="text"/>
$0,05 + 0,2 =$	<input type="text"/>	$0,07 - 0,02 =$	<input type="text"/>
$0,2 + 0,01 =$	<input type="text"/>	$0,65 + 0,35 =$	<input type="text"/>
$3 - 0,1 =$	<input type="text"/>	$7,4 - 0,2 =$	<input type="text"/>
$0,2 + 0,7 =$	<input type="text"/>	$0,55 - 0,21 =$	<input type="text"/>
$0,07 + 0,03 =$	<input type="text"/>	$0,09 - 0,03 =$	<input type="text"/>
$0,13 + 0,37 =$	<input type="text"/>	$0,04 + 0,5 =$	<input type="text"/>
$8 + 5,9 =$	<input type="text"/>	$0,38 - 0,16 =$	<input type="text"/>
$0,04 + 0,1 =$	<input type="text"/>	$0,45 + 0,55 =$	<input type="text"/>
$0,46 - 0,12 =$	<input type="text"/>	$0,06 + 0,04 =$	<input type="text"/>
$7,9 - 4 =$	<input type="text"/>	$6,8 - 2 =$	<input type="text"/>
$0,28 + 0,12 =$	<input type="text"/>	$1,5 - 0,4 =$	<input type="text"/>
$2 - 1,2 =$	<input type="text"/>	$2,1 + 0,6 =$	<input type="text"/>

 LIVEWORKSHEETS

Finish!!

Рис. 3.4 Приклад використання сервісу Liveworksheets  
на уроках математики в п'ятому класі.

*4. Тренувальні завдання для закріплення нової навчальної інформації  
рівня складності «застосування».*

Такі завдання передбачають виконання певних навчальних дій учнями за інструкцією учителя або з його коментуванням.

Основні функції цих типів завдань визначені для навчальної задачі:

- дидактична (вправляння вмінь і навичок);
- розвивальна (розвиток математичного мислення).

У процесі розв'язування завдань учні виконують різноманітні розумові дії (аналіз, синтез, абстрагування, порівняння, уточнення та узагальнення), висловлюють судження та міркування.

Домінування якоїсь окремої функції задачі не є абсолютним, воно виникає за конкретних обставин: місця цієї задачі в загальній системі задач, мети використання, особливостей її змісту та символічної оболонки, способу формулювання учнями вимог до результатів рішення задачі тощо. Тобто завдання, яке є розвивальним для одного учня, може бути навчальним для іншого і навпаки. Встановлено, що на етапі початкового закріплення знань і вмінь навчальне завдання певною мірою виконує розвивальну функцію, але з розв'язуванням кожного наступного завдання, подібного до попереднього за способом розв'язання, втрачається його розвивальна функція [1].

*5. Задачі (проблеми), які розв'язуються в частково змінених умовах, рівень складності «обґрунтування».*

Серед них компетентнісно-орієнтовані завдання на використання знань і вмінь в умовах зміненої ситуації. Такі завдання ще називають наочними, комплексними, контекстними або практико-орієнтованими. Уміння розв'язувати такі задачі свідчить про виявлення здобувачами освіти ознак предметної компетентності.

Необхідною умовою формування компетентностей учнів є діяльнісний підхід до навчання, що передбачає постійне залучення здобувачів освіти до різних видів педагогічно обґрунтованої активної навчально-пізнавальної діяльності, а також її практичну спрямованість. Особливу увагу слід приділити різним видам практичної, дослідницької та проєктної роботи. Рекомендується розширити різноманітність прикладних задач, звернути увагу на конструювання та моделювання на уроках, тобто посилити практичну спрямованість навчання. Варто пропонувати учням не лише розв'язувати тренувальні вправи, а й виконувати завдання на розширене відтворення уявних або реальних ситуацій за умовами текстових задач, застосовувати різні види моделювання прикладних задач (словесне, схематичне, табличне,



графічне, знаково-символічне) і побудова умов задачі або ситуацій за результатами аналізу заданих математичних моделей.

Під терміном *«розвивальна задача»* мається на увазі наступне: логічна; пошукова, нестандартна, цікава; задачі підвищеної складності; що містить «родзинку»; що вимагає знань із різних тем курсу математики; яка розвиває логічне мислення; що вчить мислити нестандартно. Для досягнення найбільшого рівня розвитку математичного мислення учнів, задачі необхідно подавати в певній системі. Отже доцільно, щоб педагог знав, якою може бути класифікація задач, і розумів, на якому етапі уроку задачі якого типу необхідно або бажано використовувати [9].

*«Задачі-жарти»* – це цікаві ігрові задачі, що містять математичний зміст. Для їх розв’язання потрібно більше креативності, винахідливості, кмітливості, почуття гумору, ніж вміння виконувати обчислювальні дії (тобто певні знання математики), хоча при цьому в більшості з таких задач повністю витримана зовнішня форма арифметичних задач: дано умову, є числові дані й запитання. Але побудова, зміст, запитання в цих задачах незвичні. Вони лише побічно нагадують математичну задачу. Суть задачі, тобто головне, завдяки чому можна здогадатися про розв’язок, дати відповідь, замасковано зовнішніми, другорядними умовами. Для правильного їх розв’язання не вимагається виконати арифметичні дії, вони базуються на здогадці, кмітливості. Учням початкової школи та 5-6 класів основної школи шкільного віку доступні задачі-жарти як один із видів математичних розваг. Ці задачі корисні для розвитку у дітей логічного мислення, вміння проводити аналіз і синтез, узагальнювати, абстрагувати, порівнювати, зіставляти і конкретизувати, розкриваючи зв’язки, що існують між явищами. Це питання нерозривно пов’язане з розвитком пізнавальних здібностей та інтересів, з певним емоційним ставленням до пізнаваного об’єкту, явища. У процесі роботи над цим видом задач відбувається розвиток правильної, точної, лаконічної математичної мови, а це також одне з важливих завдань

формування елементарних математичних уявлень у здобувачів освіти. Такі задачі можливо використовувати на кожному з етапів уроку.

«Задачі-головоломки» несуть користь для виховання кмітливості, активізації пізнавальної діяльності учнів. Розв'язуючи їх, учні вчаться критично сприймати умову задачі, ілюструвати її. При побудові системи розвивальних завдань з курсу математики педагогу необхідно використовувати комплексний системний підхід. Спочатку з'ясовується, які програмові теми містить курс; з яких навчальних тем складається кожна програмова тема; які змістові блоки входять до навчальної теми. Крім того, важливими для навчання й розвитку учнів є розвивальні завдання, пов'язані з таблицями. Роботу з таблицями доцільно проводити у двох напрямках: застосовувати готові таблиці та вчити здобувачів освіти самостійно складати таблиці. Для роботи за першим напрямом є розроблені комплекти таблиць з курсу математики 5-6 класів, змістове наповнення яких відповідає чинній програмі. За допомогою таблиць проводиться порівняння, узагальнення і систематизація даних, роз'яснення дій та операцій, що вивчаються, прийомів і способів їхнього виконання.

Також доцільно при закріпленні деяких тем запропонувати учням скласти свої завдання. Наприклад, придумати задачі, в яких використовуються відсоткові розрахунки, або життєві ситуації, в яких ми використовуємо пропорції або масштаб. Це стимулює у дітей логічне мислення, здатність аналізувати інформацію, здатність застосовувати вивчену інформацію для створення нового, показує учням широке прикладне значення математичних знань та навичок [1].

*6. Завершальною ланкою системи є рефлексія діяльності на уроці, що допомагає учням відстежити власні досягнення.*

Для формулювання школярами ставлень О. Я. Савченко радить використовувати такі конструкції: «Я знаю, що ...»; «Я можу пояснити ...»; «Я розумію ...»; «Я вмію зробити ...»; «Я перевіряю...»; «Я намагаюсь ...»; «Я відчуваю, що мені потрібно ...» та ін.

Детальніше зупинимось на змістовому й структурному аналізі феномену «компетентнісно-зорієнтована задача», розглянемо його місце в процесі навчання.

Науковцями доведено, що навчальна діяльність реалізується через систему навчальних задач. Сам термін «задача» сприймаємо з психологічної точки зору як мету та спонукання до міркування, а з дидактичної – як форму втілення навчального матеріалу й засіб навчання. Результатом розв’язування навчальної задачі має бути усвідомлення суб’єктом суперечностей між відомою метою й невідомими шляхами досягнення цієї мети (Л. М. Фрідман) [27].

Ключовим поняттям, яке формує уявлення про компетентнісно зорієнтовану задачу, є «компетентність». Його аналіз подано у розділі 1 цієї роботи. Важливими для розкриття порушеного питання є такі ознаки компетентності, як багатофункціональність, інтегративність і практична зорієнтованість. Навчальна діяльність, побудована на засадах компетентнісного підходу, набуває дослідницько-пошукового та практично зорієнтованого характеру, вона стає для здобувача освіти об’єктом засвоєння.

Для учнів середньої школи доцільним є:

- поєднання навчальної діяльності з ігровою;
- поєднання різних форм роботи захищає більш слабкого учня від небажання вчитися, а також відчувати підтримку товаришів;
- пояснення матеріалу на життєвих прикладах.

Рефлексія допомагає встановити рівень засвоєння матеріалу, формує свідомість, самосвідомість та зберігає психічне і соціальне здоров’я. Чітка організація навчальної праці оберігає від втомлюваності учнів [2].

### **3.2. Фрагменти розробок уроків та позакласних заходів для 5-6 класів**

Виклики, з якими ми стикаємось у цьому навчальному році – зовсім інші, ніж були раніше. На перше місце виходить завдання забезпечити максимально можливу безпеку дітей під час навчального процесу та їх

соціоемоційна підтримка. Це потребує поступової зміни принципів викладацького процесу. Головна сила вчителя – у вмінні підтримати та запалити жагу до знань, мотивувати, допомогти знайти свій талант, стати опорою.

Є актуальним формування математичної компетентності у взаємозв'язку з іншими ключовими компетентностями для успішної освітньої та подальшої діяльності впродовж життя, що передбачає засвоєння системи знань, удосконалення вміння розв'язувати математичні та практичні задачі, розвиток логічного мислення, розуміння можливостей застосування математики в особистому та суспільному житті, вироблення стійких механізмів самонавчання, самовиховання і саморозвитку.

Заклади загальної середньої освіти II ступеня реалізують освітні програми на основі: у 5 класі (6 пілотні класи НУШ) – Типової освітньої програми для 5-9 класів закладів загальної середньої освіти, затвердженою наказом Міністерства освіти і науки України від 19.02.2021 р. №235; у 6-9 класах – Типової освітньої програми закладів загальної середньої освіти II ступеня, затвердженою наказом Міністерства освіти і науки України від 20.04.2018 р. № 405.

Навчання математики у закладах загальної середньої освіти буде реалізовуватись за програмами: 5 клас – сім модельних навчальних програм «Математика. 5-6 класи» для закладів загальної середньої освіти; 6-9 класи – «Математика. Навчальна програма для учнів 5-9 класів загальноосвітніх навчальних закладів» [12].

Згідно Закону України «Про повну загальну середню освіту» кожен учень має право на справедливе, неупереджене, об'єктивне, незалежне, недискримінаційне та добросовісне оцінювання результатів його навчання незалежно від виду та форми здобуття ним освіти. Основними видами оцінювання з математики є поточне, тематичне, семестрове, річне оцінювання та підсумкова державна атестація.

У 5 класах оцінювання орієнтуємо на вимоги до обов'язкових результатів навчання учнів з математичної освітньої галузі, які зазначені в додатку 8 до Державного стандарту [17]. Особлива роль у роботі з п'ятикласниками відводиться формувальному оцінюванню. Формувальне (поточне формувальне) оцінювання, окрім рівневого або бального може здійснюватися у формі самооцінювання, взаємооцінювання учнів, оцінювання вчителем із використанням окремих інструментів (карток, шкал, щоденника спостереження вчителя, портфоліо результатів навчальної діяльності учнів тощо).

Основними формами організації освітнього процесу є різні типи уроку: формування компетентностей; розвитку компетентностей; перевірки та/або оцінювання досягнення компетентностей; корекції основних компетентностей; комбінований урок. Також формами організації освітнього процесу можуть бути екскурсії, уроки-семінари, конференції, форуми, квести, інтерактивні уроки, інтегровані уроки, проблемний урок, відео-уроки, прес-конференції тощо.

Через військові дії заклад освіти, в якому я працюю, використовує дистанційну форму навчання, при розробці поурочних планів я обирала саме ті форми організації освітнього процесу, які дозволяють онлайн-формат.

При цьому ми будемо створювати конспекти уроків та позакласний захід базуючись на Модельній методичній програмі «Математика. 5–6 класи» О. Істер [16].

#### **Позакласний захід для 5 класу «Україна через призму математики»**

В цьому позакласному заході представлено різноманітні завдання з математики для 5 класу (рівняння; задачі на дії з натуральними числами, звичайними дробами; «ланцюжки» ), розв'язок яких є числом, яке пов'язане з історією та географією України.

Матеріал до позакласного заходу був представлений у вигляді презентації з елементами відео.

Мета заходу:

Навчальна: систематизувати навички учнів з розв'язування прикладів на всі дії з натуральними числами та звичайними дробами, складання та розв'язування рівнянь

Розвивальна: розвивати в учнів логічне та творче мислення, уяву, вміння аналізувати інформацію, розвивати пізнавальний інтерес

Виховна: виховувати в учнів патріотизм, культуру математичної мови, позитивну мотивацію до навчання.

Слайд 1.

Україна – найбільша за площею країна, територія якої повністю лежить в Європі.

Територія Європи становить 10 600 000 квадратних кілометрів. Знайдіть площу території України, якщо територія Європи є більшою за територію України на 9 995 800 квадратних кілометрів.

$$10600000 - 9995800 = 604200 \text{ (км}^2\text{)}$$

Отже, площа України складає 604 200 км<sup>2</sup>

А тепер давайте встановимо, а скільки відсотків від площі Європи займає Україна?

$$\frac{604200}{10600000} \cdot 100\% = 0,057 \cdot 100\% = 5,7\%$$

Слайд 2

Ландшафт України дуже різноманітний. Територія України становить 604 200 км<sup>2</sup> та складається з низин, височин і гір. Територія низин на 175218 менша від території всієї країни і на 271 890 більша за територію височин. Знайдіть яку територію країн становлять гори.

- 1)  $604200 - 175218 = 428982 \text{ (км}^2\text{)}$  – територія низин;
- 2)  $428982 - 271890 = 157092 \text{ (км}^2\text{)}$  – територія височин;
- 3)  $604200 - 428982 - 157092 = 18126 \text{ (км}^2\text{)}$  – територія гір.

Слайд 3.

Яка найвища вершина на території України? Це гора Говерла. Її висота становить 2061 м.

Ми рушаємо у віртуальну подорож на вершину Говерли. Чи треба нам брати теплий одяг, якщо температура повітря на рівні моря складає  $+20^{\circ}$ ?

З географії нам відомо, що із підняттям угору, на кожний кілометр висоти температура повітря знижується в середньому на  $6^{\circ}\text{C}$ .

1)  $2061\text{ м} \approx 2\text{ км}$  – висота Говерли в кілометрах;

2)  $20^{\circ} - 2 \cdot 6^{\circ} = 20^{\circ} - 12^{\circ} = 8^{\circ}$  – температура повітря на вершині гори.

Слайд 4.

На території України є ще гора Берда. Берда – це найвища вершина рівнинної частини України, а також одна із найвищих точок Східноєвропейської рівнини. Давайте обчислимо ланцюжок та дізнаємось висоту цієї гори (рис. 3.5).

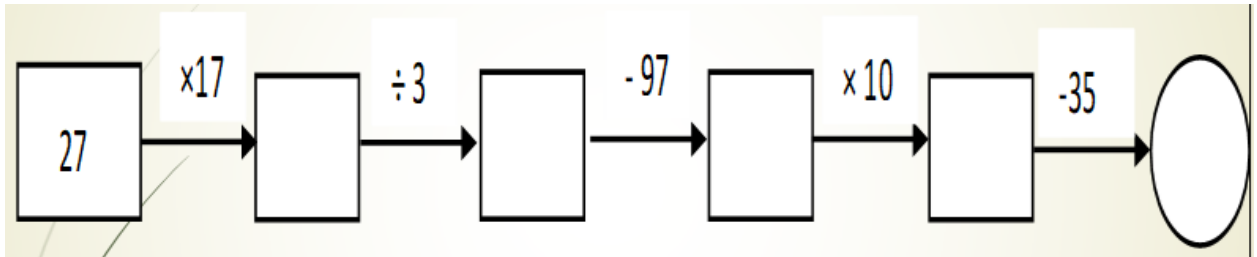


Рис. 3.5 Ланцюжок обчислення висоти гори Берда

Відповідь : 515 м.

Слайд 5.

А тепер час для подорожі у часі. Як ви думаєте, коли в літописах вперше з'явилась назва Україна? Щоб це дізнатись, треба розв'язати рівняння та обчислити значення виразу.

1)  $2x + 160 = 460$

2)  $11y + 40 = 480$

3)  $44 - 2t = 32$

4)  $10(m + 14) = 150$

5)  $77 - (n + 10) = 20$

Вираз:

$(x + y)t + m \cdot n = ?$

Відповіді:

$$x=150, y=40, t=6, m=1, n=47$$

$$(x+y)t+m \cdot n=1187$$

Слайд 6.

Прапор України складається із двох горизонтальних смуг синього і жовтого кольорів однакової ширини. Ширина прапора складає  $\frac{2}{3}$  його довжини. По скільки метрів тканини кожного кольору необхідно купити, щоб пошити прапор шириною 180 см?

$$180:2 \cdot 3=270 \text{ (см)}$$

$$270 \text{ см} = 2,7 \text{ м}$$

Аналізуючи проведений захід, можна зазначити, що діти були зацікавлені таким форматом. Вони були більш вмотивовані розв'язувати не абстрактні приклади з підручника, а пов'язані з реальними історичними або іншими фактами.

Компетентності, що розвиваються впродовж цього позакласного заходу: загальнокультурна та математична, а саме вміння оперувати числовою інформацією, встановлювати просторові відношення між реальними об'єктами навколишньої дійсності (природними, культурними, технічними тощо); розв'язувати задачі, зокрема практичного змісту; будувати і досліджувати найпростіші математичні моделі реальних об'єктів, процесів і явищ, інтерпретувати та оцінювати результати; використовувати математичні методи у життєвих ситуаціях.

Далі наведемо приклад розробки уроку для 5 класу, на якому формуються такі складові математичної компетентності: геометрична, обчислювальна, графічна, логічна.

**Тема:** Прямокутник. Квадрат. Трикутник. Периметр геометричних фігур.

**Мета уроку:**

Навчальна: повторити і систематизувати знання учнів про прямокутник, квадрат, трикутник. Відпрацювати навички обчислення периметра прямокутника, квадрата, трикутника.



**Розвивальна:** розвивати в учнів логічне мислення, пам'ять, просторову уяву, математичну мову.

**Виховальна:** виховати в учнів особистісні якості: взаєморозуміння, взаємоповагу, спостережливість та вміння аналізувати нову інформацію, працелюбність, наполегливість, естетичне виховання.

**Тип уроку:** урок закріплення знань.

**Ключові компетентності** спілкування державною мовою, математична компетентність, вміння вчитися, культурна грамотність.

**Очікуваний результат:** після уроку учні зможуть застосовувати формули периметра прямокутника, квадрата, трикутника для обчислення фігур, що умовно можна розбити та прямокутники, квадрати, трикутники.

**Хід уроку:**

#### I. Організаційний момент

- 1.Перевірка готовності учнів до уроку.
- 2.Привітання.

#### II. Актуалізація опорних знань. Фронтальне опитування.

Урок розпочинаємо з математичної розминки. Діти бачать коло, поділене на сектори, в кожному із яких є вираз для обчислення, та кола з числами, що є відповідями. Учні пропонується обчислити вирази та поєднати сектор з колом з відповідним числом.

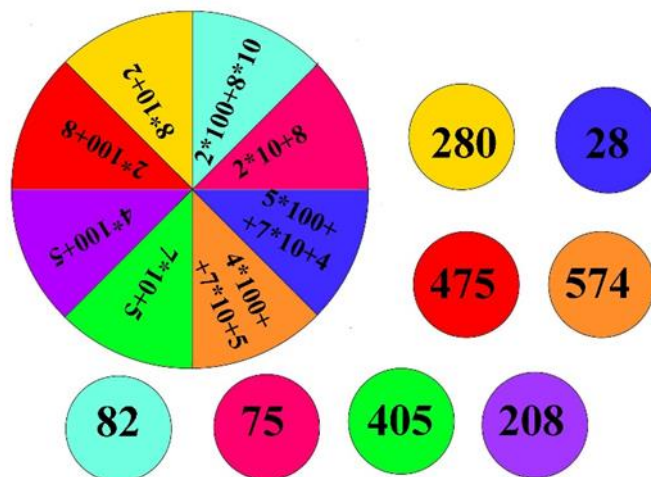


Рис. 3.6 Графічний матеріал для обчислювальної розминки

Задіяні такі складові математичної компетентності:

- обчислювальна (уміння виконувати різні дії з числами та порівнювати числа);
- інформаційно-графічна (вміння записувати числа);
- логічна (розрізнення істинних та хибних тверджень, колір сектору з виразом та колір кола з відповіддю не співпадає, учні повинні звернути на це увагу);
- геометрична.

Продовжуємо наш урок вправою «Закінчи речення».

Чотирикутник, у якого всі сторони і кути рівні називається... (квадрат).

Замкнену ламану, ланки якої не перетинаються називається ...  
(многокутник).

Якщо многокутник має 5 сторін, він називається ... (п'ятикутник).

Якщо многокутник має 3 сторони, він називається ... (трикутник).

Суму довжин всіх сторін многокутника називають ... (периметр).

Якщо в трикутнику 2 сторони рівні, то він називається...  
(рівнобедрений).

Рівні сторони рівнобедреного трикутника називають ... (бічними).

Якщо всі сторони трикутника рівні між собою, його називають ...  
(рівностороннім).

Якщо в трикутнику один кут прямий, його називають ... (прямокутним).

Якщо в трикутнику всі кути гострі, його називають... (гострокутним).

Якщо в трикутнику один кут тупий, його називають ... (тупокутним).

Діти, давайте подивимося з вами на такі геометричні фігури. На кожному малюнку знайдіть серед них зайву та поясніть свій вибір рис. 3.7



Рис. 3.7 Графічний матеріал для завдання знайди зайву фігуру

Прогнозована відповідь: коло, тому що це не чотирикутник, всі інші фігури – чотирикутники (рис. 3.8)



Рис. 3.7 Графічний матеріал для завдання знайди зайву фігуру чотирикутники

Прогнозована відповідь: червоний трикутник, тому що всі інші фігури містять прямі кути.



Рис. 3.8 Графічний матеріал для завдання знайди зайву фігуру III

Прогнозована відповідь: трикутник, тому що всі інші фігури це чотирикутники.

### III. Формування мети і теми уроку

Давайте глянемо на рисунок, на якому зображено паркову зону і парковку для автомобілей. Необхідно огородити паркову зону з метою безпеки. Треба підрахувати скільки метрів паркану може знадобитися.

Щоб це зробити, що ми повинні знати? (периметр даної фігури). Отже, нам треба уважно подивитись на цю фігуру і визначити з яких частин вона складається. Чи можемо ми знайти довжину кожної сторони цієї фігури? Що нам для цього треба зробити? А як обрахувати периметр? (рис. 3.9)

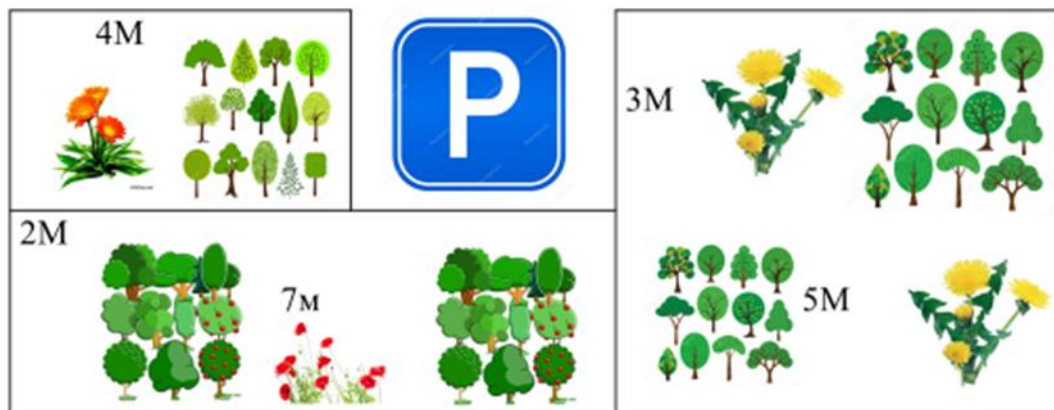


Рис. 3.8 Ілюстрація прикладної задачі для обчислювання периметру

$$P = 4 + 3 + 3 + 3 + 5 + 5 + 5 + 7 + 2 + 3 = 40 \text{ (м)}$$

Отже, щоб огородити паркову зону, знадобиться 40 метрів паркану.

При розв'язанні цієї задачі найбільш задіяна геометрична складова математичної компетенції, а саме:

Визначення місцезнаходження об'єктів на площині та в просторі.

Визначення довжини об'єктів, периметра геометричної фігури.

Конструювання геометричних фігур, розбивання їх на частини, що є фігурами, які учні вже вивчили та вміють розпізнавати.

V. Узагальнення вивченого матеріалу. Робота з підручником.

Давайте подивимось на фігуру, що ви бачите на сторінці підручника 134 [8]. Як називається ця фігура? (прямокутник)

Назвіть прямокутник, який ви бачите. (ABCD)

Як називаються його сторони? (довжина і ширина)

А як можна назвати сторони BC і AD? (протилежними)

Що можна сказати про їхню довжину? (сторони рівні)

Як можна назвати сторони BC і CD? (сусідніми)

Як ви думаєте, чому вони так називаються? Вони мають щось спільне? (сусідні сторони мають спільну вершину)

Назвіть ще пари сусідніх сторін.

Чому дорівнює градусна міра кута A, кута B, кута C, кута D? (всі по  $90^\circ$ )

Як ще ми можемо назвати ці кути? (прямими)

Тож можна зробити висновок, що всі кути прямокутника прямі.

Отже, прямокутник – це чотирикутник, у якого всі кути прямі.

Які ми знаємо властивості прямокутника? (протилежні сторони рівні. Всі кути прямі.)

Ми вже знаємо формулу периметру прямокутника. Давайте її пригадаємо.

$$P = a + b + a + b = 2a + 2b = 2(a + b)$$

Форма «питання – відповідь» дозволяє задіяти багато учнів в процес узагальнення вивченого матеріалу, активно задіяні професійно-діяльний та комунікативний компоненти компетентності.

Подивіться на малюнок квадрата.

Що ви можете про нього розповісти? Які в нього сторони? (всі сторони рівні). Яка градусна міра кутів? (всі кути по  $90^\circ$ ).

Пригадаємо формулу для знаходження периметра квадрата.

$$P = a + a + a + a = 4a$$

Задачі за готовими малюнками (малюнки учні бачать на екранах). Це тренувальні завдання рівня складності «застосування».

1. Довжина прямокутника 16 см, а ширина на 4 см менша. Знайдіть периметр прямокутника. (рис. 3. 9)

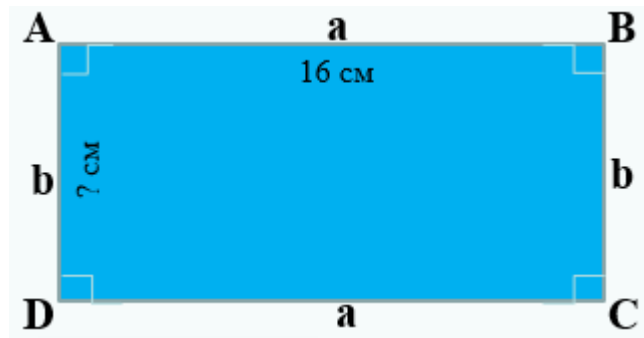


Рис. 3.9 Ілюстрація до задачі на периметр прямокутника

2. Прямокутник має сторони 16 см і 14 см. Знайдіть сторону квадрата, периметр якого дорівнює периметру даного прямокутника.

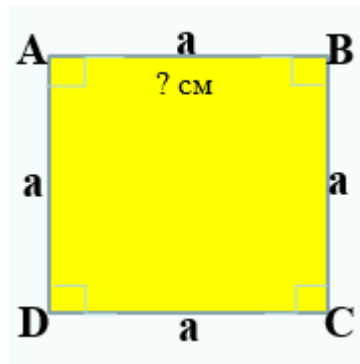


Рис. 3.10 Ілюстрація до задачі на периметр квадрата

Також можливо використання завдань з § 23 підручника [8].

VI. Узагальнення та підведення підсумків уроку.

В якості підсумкового завдання учням запропоновано встановити відповідності між числами, що відповідають початку висловлювання, та літерами, що відповідають закінченням висловлювання.

VII. Рефлексія.

Запропоновано відповісти на наступні питання:

1. Сьогодні я дізнався....
2. Сьогодні я навчився....
3. Я вважаю, що знання з цієї теми мені знадобляться для ...

Підсумовуючи та аналізуючи проведений урок, можна зазначити, що на урок закріплення знань доцільно винести більше завдань рівня складності «застосування», тобто типових завдань на відпрацьовування та автоматизацію навичок застосування вивчених формул та правил. Також доцільно додати задачі прикладного характеру, рівня складності «обґрунтування», які допоможуть здобувачам освіти поєднати отримані на уроках знання з реальним життєвим досвідом.

### **Висновки до розділу 3**

У третьому розділі розглянуто основні типи задач для формування математичних компетентностей, зазначено, що ключову роль у побудові процесу навчальної діяльності грає зацікавленість здобувачів освіти. Так, рекомендується розпочинати заняття із проблемного питання або ситуації.

Наступний вид навчальних задач, це такі, які супроводжують виклад нового матеріалу і допомагають його сприйняттю. Далі відділяють репродуктивні завдання незначної складності, які дозволяють учню відновити нещодавно отримані відомості. Зазвичай це завдання за зразком. Для них рекомендується використовувати такі сервіси, як Liveworksheets. Liveworksheets – це платформа, за допомогою якої можна створювати інтерактивні робочі аркуші.

Проаналізовано тренувальні завдання, які здебільшого використовуються для закріплення нового матеріалу, зазвичай рівень складності вище ніж репродуктивних; далі – більш складні задачі-проблеми, які мають рівень складності «обґрунтування» і використовуються для систематизації знань та розвитку логічних навичок, а також задачі-жарти, завдання на рефлексію.

Також у цьому розділі наведено фрагменти розробок уроків та позакласного заходу, які можуть бути використані для формування математичних компетенцій.

## ВИСНОВКИ

Проведено теоретичний аналіз понять «компетенція» та «компетентність», а також досліджено їх підпоняття «освітня компетенція» та «освітня компетентність».

Хоч ці поняття мають багато різних тлумачень, але і Рейвен Д., Бермус А., Татур Ю., Чошанова М. звертають увагу на системний характер поняття компетентність та його прикладний характер. Визначення, яке наведено у Законі України «Про освіту», в якому компетентність визначається, як динамічна система великої кількості особистих якостей, що визначає спроможність індивіда провадити професійну або навчальну діяльність, є досить адекватним. Характерною рисою освітніх компетенцій є їх направленість на майбутнє здобувача освіти.

Розглянуто підходи до визначення математичної компетентності та її компонентів, основними із яких є: мотиваційно-ціннісний, когнітивний, операційно-технологічний та рефлексивний. Підсумовуючи думки дослідників, можна сказати, що математична компетентність є однією з основних надкомпетентностей, оволодіння якою дозволяє вирішувати різноманітні проблеми в повсякденному, професійному, соціальному та особистому житті. Математика є необхідною основою для всіх творчих професій, вона дає змогу людині орієнтуватися в навколишньому світі.

Досліджено вимоги до програми 5-9 класів щодо формування математичних компетентностей. При створенні навчальних програм для побудови змісту та організації навчального процесу математики прийнято компетентнісний підхід, згідно з яким остаточним результатом вивчення предмета є формування певних компетентностей, таких як здатність учня застосовувати знання в академічних та життєвих ситуаціях, повноправно брати участь у житті суспільства, нести відповідальність за дії. Потрібно зацікавлювати школярів вивченням математики через прикладні задачі, які можливо розв'язувати із її допомогою. Розвантаження учнів від зайвого



матеріалу та зменшення обсягу громіздких обчислень і перетворень є сучасною тенденцією.

Визначено універсальні навчальні дії та їх роль у формуванні математичних компетентностей. Так, визначено, що до них (універсальних навчальних дії) відносяться: комунікативні, дії змістоутворення, планування, дія морально-етичного оцінювання, вирішення конфліктів, оцінка. Кожна із них грає свою роль у формування математичних компетентностей.

Розглянуто індивідуалізацію та диференціацію навчання з точки зору формування базових математичних компетентностей. Врахування особливостей особистості учня позитивно впливає на розвиток його математичних компетентностей та дозволяє розвивати потенціал.

Наведено приклади задач із тем, які вивчаються у 5-6 класах, котрі можна використовувати для формування математичних компетентностей, а також представлено фрагменти уроків математики та позакласних заходів для 5-6 класів.

## СПИСОК ВИКОРИСТАНИХ ДЖЕРЕЛ

1. Васильєва Д. В. Математичні задачі як засіб формування ключових компетентностей учнів. *Проблеми сучасного підручника*, 2018 № 21, С. 83–91.
2. Волкова Н. П. Педагогіка: навч. посіб. К.: Академвидав, 2007. 616 с
3. Головань М. С. Компетенція і компетентність: досвід теорії, теорія досвіду. *Вища освіта України*. 2008. № 3. С. 23–30.
4. Головань М. С. Математична компетентність: сутність та структура. *Науковий вісник Східноєвропейського національного університету*. 2014. № 1. С. 35–39.
5. Деньга Н. М. Сутність та структура математичної компетентності. *Актуальні питання сучасної педагогіки: творчість, майстерність, професіоналізм* : Архів матеріалів міжнар. наук. конф., м. Кременчук, 19 берез. 2021 р. Кременчук, 2021. С. 543–549.
6. Довгий О. Формування математичної компетентності учнів початкової школи як педагогічна та освітня проблема. *Молодь і ринок*. 2021. № 10. С. 113–118.
7. Зверєва Г. Ф. Компетентнісний підхід до навчання учнів на уроках математики : Метод. посіб. для вчителів. Харків : РМК. РУО, 2008. 81 с.
8. Істер О. С. Математика : підруч. для 5-го кл. закл. заг. серед. освіти — К.: Генеза, 2022. 304 с.
9. Компетентнісно орієнтована методика навчання математики в основній школі: Метод. посібник / О. І. Глобін, М. І. Бурда, Д. В. Васильєва, В. В. Волошена, О. П. Вашуленко, Н. Д. Мацько, Т. М. Хмара. — К.: Педагогічна думка, 2015. 245с.
10. Мартинчук О. В. Компетентнісний підхід як концептуальна основа оновлення змісту підготовки майбутніх логопедів до роботи в умовах інклюзивного навчання. *Науковий часопис НПУ імені М. П. Драгоманова*. Київ, 2014. № 26 (19). С. 138-143.

11. Марущак О. М. Поняття компетентності у педагогічній діяльності. *Креативна педагогіка*. 2016. № 11. С. 97–108.
12. Математика. *Інститут модернізації змісту освіти*. URL: <https://imzo.gov.ua/osvita/zagalno-serednya-osvita-2/navchalni-prohramy-5-9-klasy-naskrizni-zmistovi-liniji/matematyka-naskrizni-zmistovi-liniji/> (дата звернення: 27.10.2022).
13. Онопрієнко О. В. Компетентнісно зорієнтовані задачі як засіб формування математичної компетентності учнів. *Початкова школа*. 2013. № 3. С. 23–26.
14. Онопрієнко О. В. Предметна математична компетентність як дидактична категорія. *Початкова школа*. 2010. № 11. С. 46–50.
15. Диференційоване навчання: навіщо і як проводити. *Нова українська школа Веб-ресурс НУШ*. URL: <https://nus.org.ua/articles/-navchannya-navishho-i-yak-provodyty/> (дата звернення: 11.01.2023)..
16. Освіта.ua. Модельна методична програма Математика. 5–6 класи. (Істер О. С.). Освіта.UA. URL: <http://osvita.ua/school/program/program-5-9/83149/> (дата звернення: 15.10.2022).
17. Про деякі питання державних стандартів повної загальної середньої освіти : Постанова Каб. Міністрів України від 30.09.2020 р. № 898 : станом на 2 верес. 2022 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/898-2020-p#Text> (дата звернення: 20.09.2022).
18. Про затвердження Державного стандарту початкової загальної освіти : Постанова Каб. Міністрів України від 20.04.2011 р. № 462 : станом на 1 верес. 2021 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/462-2011-p#Text> (дата звернення: 15.11.2022).
19. Про освіту : Закон України від 05.09.2017 р. № 2145-VIII : станом на 27 жовт. 2022 р. URL: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/2145-19#Text> (дата звернення: 28.10.2022).
20. Про повну загальну середню освіту : Закон України від 16.01.2020 р. № 463-IX : станом на 1 лип. 2022 р. URL:

- <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/463-20#Text> (дата звернення: 02.11.2022).
21. Рекомендація 2006/962/ЄС Європейського Парламенту та Ради (ЄС) «Про основні компетенції для навчання протягом усього життя» від 18 грудня 2006 року : Рек. Європ. Союзу від 18.12.2006 р. № 2006/962/ЄС. URL: [https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/994\\_975#Text](https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/994_975#Text) (дата звернення: 02.12.2022).
22. Сидорчук Н. Г. Порівняльний аналіз понять «компетенція» та «компетентність» як складних психолого-педагогічних феноменів. Проблеми освіти: збірник наукових праць. 2015, Спецвипуск. С. 78 – 81.
23. Учасники проєктів Вікімедіа. Компетенція – вікіпедія. Вікіпедія. URL: <https://uk.wikipedia.org/wiki/Компетенція> (дата звернення: 10.09.2022).
24. Хуторський А. В. Ключові компетенції. Технології конструювання. *Народна освіта*. 2003. № 5. С. 55–64.
25. Яншина Т. А. Обдарованість: психолого-педагогічний аспект. *Освіта та розвиток обдарованої особистості*. 2013. № 8-9. С. 116–120.
26. Шевчишена О. В. Психолого-педагогічний супровід обдарованої дитини у загальноосвітньому навчальному закладі: науково-метод. посіб. – Хмельницький: ОІППО, 2016. - 237 с.
27. Фрідман Л. М. Як навчитися розв'язати задачі / Л. М. Фридман, Е. Н. Турецкий. – К. : Освіта, 1989. – 192 с